

Γυμνάσιο

Εκδοχή 1

1. Ο παρακάτω ελλιπώς συμπληρωμένος πίνακας εμφανίζει το ποσοστό κέρδους τεσσάρων προϊόντων πέντε εταιρειών:

	Σαπούνια	Σκόνη Πλυντηρίου	Σαμπουάν	Αφρόλουτρο
A	10%	20%		15%
B		30%	5%	
Γ	12%	15%		20%
Δ			12%	18%
E	8%		10%	

Η αναλογία της τιμής κόστους ενός σαπουνιού και ενός σαμπουάν είναι 4 : 5 και το συνολικό κέρδος που αποκόμισε η εταιρεία E μετά την πώληση ενός σαπουνιού και ενός σαμπουάν είναι 0,246 ευρώ. Λαμβάνοντας υπόψη ότι η τιμή κόστους του αφρόλουτρου είναι 20% υψηλότερη από την τιμή κόστους του σαπουνιού, το συνολικό κέρδος της εταιρείας A μετά την πώληση ενός σαπουνιού και ενός αφρόλουτρου θα είναι:

- A. 0,336 ευρώ
- B. 0,654 ευρώ
- Γ. 0,885 ευρώ
- Δ. 1,025 ευρώ

ΛΥΣΗ

Έστω το κόστος του σαπουνιού = $4x$. Τότε το κόστος του σαμπουάν = $5x$. Συνεπώς, $(4x) \cdot 8\% + (5x) \cdot 10\% = 0,246 \Rightarrow 32\% x + 50\% x = 0,246 \Rightarrow 82x = 24,6 \Rightarrow x = 0,3$

Άρα τιμή κόστους σαπουνιού = 1,20 ευρώ, τιμή κόστους σαμπουάν = 1,50 ευρώ

Τιμή κόστους αφρόλουτρου = $1,20 \times 120\% = 1,44$ ευρώ

Συνολικό κέρδος της εταιρείας = $1,20 \times 10\% + 1,44 \times 15\% = 0,12 + 0,216 = 0,336$ ευρώ. Σωστή απάντηση η A.

2. Μία εταιρεία για τη μηνιαία πληρωμή πέντε εργαζομένων της αξιολογεί την απόδοσή τους σε πέντε διαφορετικές παραμέτρους (Π1 έως Π5), βαθμολογώντας από 1, για τη χαμηλότερη

απόδοση, μέχρι 5. Στον κατωτέρω ελλιπώς συμπληρωμένο πίνακα εμφανίζεται ο βαθμός που έλαβε κάθε εργαζόμενος, για τον μήνα Ιανουάριο, σε μία από τις πέντε παραμέτρους:

	Π1	Π2	Π3	Π4	Π5
Κοσμάς				4	
Έλενα	3				
Μαρία			2		
Μηνάς		3			
Γιάννης					2

Αναφορικά με τους βαθμούς που έλαβαν οι πέντε εργαζόμενοι για τον μήνα Ιανουάριο, έγιναν γνωστά τα εξής:

1. Ο Κοσμάς και η Έλενα έλαβαν βαθμό 5 σε ακριβώς μία παράμετρο.
2. Η Μαρία έλαβε βαθμό 5 σε δύο παραμέτρους.
3. Κανένας από τους εργαζόμενους δεν είχε τον ίδιο βαθμό σε τρεις παραμέτρους.

Τον ίδιο μήνα ο μισθός κάθε εργαζόμενου προέκυψε ως ακολούθως:

	Βασικός Μισθός (Ευρώ)	Επιπλέον Αμοιβή (Ευρώ)
Κοσμάς	1.100	150 * Μέσος όρος βαθμών αξιολόγησης
Έλενα	1.350	120 * Μέσος όρος βαθμών αξιολόγησης
Μαρία	950	250 * Μέσος όρος βαθμών αξιολόγησης
Μηνάς	1.250	125 * Μέσος όρος βαθμών αξιολόγησης
Γιάννης	1.620	100 * Μέσος όρος βαθμών αξιολόγησης

Εάν και οι πέντε εργαζόμενοι έλαβαν επιπλέον αμοιβή με τον βασικό μισθό τους, η απόλυτη τιμή της διαφοράς της μέσης τιμής από τη διάμεσο των δυνατών πιθανών αποδοχών των εργαζομένων με βάση τους ανώτερους δυνατούς βαθμούς αξιολόγησης που θα μπορούσαν να λάβουν τον συγκεκριμένο μήνα είναι:

- A. 38,20 ευρώ
- B. 41,30 ευρώ
- Γ. 46,50 ευρώ

Δ. 50,30 ευρώ

ΛΥΣΗ

Σύμφωνα με τα δεδομένα του προβλήματος οι μέγιστοι δυνατοί μισθοί επιτυγχάνονται με βάση την καλύτερη δυνατή αξιολόγηση βάσει του παρακάτω πίνακα

	Π1	Π2	Π3	Π4	Π5
Κοσμάς	5	4	3	4	3
Έλενα	3	5	4	3	4
Μαρία	5	5	2	4	4
Μηνάς	5	3	5	4	4
Γιάννης	5	5	4	4	2

Συνεπώς, οι μισθοί των πέντε εργαζομένων διαμορφώνονται ως εξής:

Κοσμάς : $1.100 + 150(19/5) = 1.100 + 570 = 1.670$ Ευρώ

Έλενα : $1.350 + 120(19/5) = 1.350 + 456 = 1.806$ Ευρώ

Μαρία : $950 + 250(20/5) = 950 + 1.000 = 1.950$ Ευρώ

Μηνάς : $1.250 + 125(21/5) = 1.250 + 525 = 1.775$ Ευρώ

Γιάννης : $1.620 + 100(20/5) = 1620 + 400 = 2.020$ Ευρώ

Η μέση τιμή των παραπάνω μισθών είναι: 1.844,2 Ευρώ και η διάμεσος είναι : 1.806 Ευρώ. Η διαφορά τους είναι: 38,20 Ευρώ. Σωστή απάντηση η Α.

3. Ένας καθηγητής καταχωρεί στον Η/Υ του τη μέση βαθμολογία των μαθητών μιας τάξης του, ταξινομημένη σε 3 κατηγορίες 0 - 10, 11 – 15 και 16 – 20, με βάση το φύλο των μαθητών. Τα δεδομένα αποθηκεύτηκαν στον σκληρό δίσκο του Η/Υ, αλλά δυστυχώς μερικά από αυτά χάθηκαν λόγω ενός ιού. Ο παρακάτω πίνακας εμφανίζει τα δεδομένα τα οποία τελικά ανακτήθηκαν:

	0 - 10	11 - 15	16 - 20	Σύνολο
Αγόρια			10	
Κορίτσια				32
Σύνολο		30		

Ο καθηγητής κατάφερε τελικά να συμπληρώσει τον πίνακα, λαμβάνοντας υπόψη τα ακόλουθα:

1. Το 50% των μαθητών είχαν μέση βαθμολογία είτε μεταξύ 16 – 20 είτε μεταξύ 11 – 15.
2. Το 40% των μαθητών της τάξης ήταν κορίτσια.
3. Το ένα τρίτο των αγοριών της τάξης είχαν μέση βαθμολογία μεταξύ 0 – 10.

Εάν επιλέξουμε έναν μαθητή που η μέση βαθμολογία του είναι μεταξύ 11 – 15, η πιθανότητα να είναι αγόρι είναι:

A. 27,50%

B. 45,83%

Γ. 69,67%

Δ. 73,33%

ΛΥΣΗ

Αφού το 40% των μαθητών ήταν κορίτσια, δηλαδή 32 μαθητές, ο συνολικός αριθμός μαθητών ήταν 80 και ο συνολικός αριθμός των αγοριών ήταν 48. Επειδή η μέση βαθμολογία του 50% των μαθητών ήταν είτε μεταξύ 16 – 20 είτε μεταξύ 11 – 15, τότε (αριθμός μαθητών μεταξύ 0 – 10) = (αριθμός μαθητών μεταξύ 11 - 15 + αριθμός μαθητών μεταξύ 16 -20) = 40. Άρα αριθμός μαθητών μεταξύ 16 - 20 = 40 – 30 = 10. Καθώς το 1/3 των αγοριών είχαν μέση βαθμολογία μεταξύ 0 - 10, ο συνολικός τους αριθμός ήταν 1/3 των 48 = 16. Συνεπώς, ο συνολικός αριθμός των αγοριών που είχαν μέση βαθμολογία μεταξύ 11 -15 ήταν (48 – 16 – 10) = 22.

Συνεπώς προκύπτει ο ακόλουθος πίνακας:

	0 - 10	11 - 15	16 - 20	Σύνολο
Αγόρια	16	22	10	48
Κορίτσια	24	8	0	32
Σύνολο	40	30	10	80

Άρα η ζητούμενη πιθανότητα είναι : $22/30 = 0,7333$ δηλ. 73,33%. Σωστή απάντηση η Δ.

4. Στις τελευταίες δύο αγωνιστικές ενός πρωταθλήματος ποδοσφαίρου μία ομάδα χρειάζεται 2 βαθμούς για να παραμείνει στην κατηγορία. Σε κάθε αγώνα η νίκη δίνει 3 βαθμούς, η ισοπαλία 1 βαθμό, η ήττα 0 βαθμούς και σε περίπτωση μηδενισμού αφαιρούνται 2 βαθμοί. Θεωρώντας ότι τα παραπάνω ενδεχόμενα είναι ισοπίθανα, η πιθανότητα να σωθεί η ομάδα είναι:

A. 18,75%

B. 31,25%

Γ. 37,5%

Δ. 62,5%

ΛΥΣΗ

Συμβολίζουμε με Ν τη νίκη, Ι την ισοπαλία, Η την ήττα και Μ τον μηδενισμό.

Ο δειγματικός χώρος είναι:

$\Omega = \{NN, NI, NH, NM, IN, II, IH, IM, HN, HI, HH, HM, MN, MI, MH, MM\}$

Τα 16 ενδεχόμενα είναι ισοπίθανα με πιθανότητα 1/16.

Παρακάτω δίνονται οι βαθμοί που μπορεί να πάρει στους δύο αγώνες η ομάδα

NN	NI	NH	NM
6	4	3	1

IN	II	IH	IM
4	2	1	-1

HN	HI	HH	HM
3	1	0	-2

MN	MI	MH	MM
1	-1	-2	-4

Και η συχνότητα των βαθμών

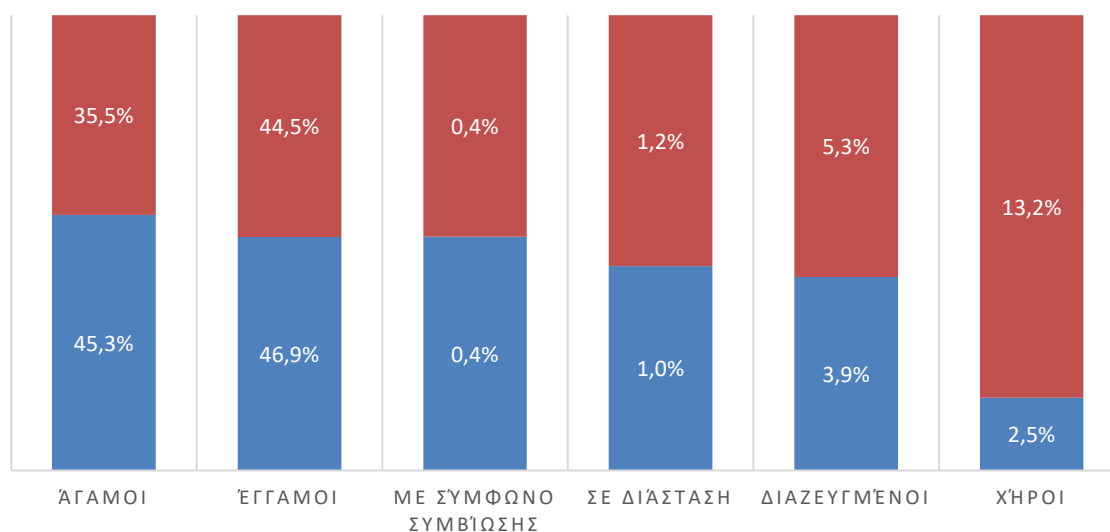
x_i	-4	-2	-1	0	1	2	3	4	6	
v_i	1	2	2	1	4	1	2	2	1	16

$$P(\Sigma) = P(2) + P(3) + P(4) + P(6) = \frac{1}{16} + \frac{2}{16} + \frac{2}{16} + \frac{1}{16} = \frac{6}{16} = 0,375 \text{ ή } 37,5\%.$$

5. Στο παρακάτω γράφημα δίνεται η κατανομή του μόνιμου πληθυσμού της Ελλάδος με βάση την οικογενειακή κατάσταση, σύμφωνα με τα στοιχεία της Απογραφής Πληθυσμού-Κατοικιών 2021. Εάν, σύμφωνα με τα εν λόγω στοιχεία, η αναλογία άνδρες προς γυναίκες στο σύνολο του μόνιμου πληθυσμού ήταν περίπου 24:25, ο λόγος του αριθμού των άγαμων ανδρών προς τον αριθμό των άγαμων γυναικών στον ανωτέρω πληθυσμό ήταν:

ΜΟΝΙΜΟΣ ΠΛΗΘΥΣΜΟΣ ΚΑΤΑ ΟΙΚΟΓΕΝΕΙΑΚΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΑΠΟΓΡΑΦΗ ΠΛΗΘΥΣΜΟΥ-ΚΑΤΟΙΚΙΩΝ 2021

■ Άνδρες ■ Γυναίκες



A. 0,707

B. 0,181

Γ. 1,011

Δ. 1,225

ΛΥΣΗ

Έστω x ο μόνιμος πληθυσμός της Χώρας, σύμφωνα με τα στοιχεία της Απογραφής Πληθυσμού-Κατοικιών 2021. Ο αριθμός των ανδρών ήταν $24x/49$ και ο αριθμός των γυναικών $25x/49$. Ο αριθμός των άγαμων ανδρών ήταν $(24x/49)(0,453)$ και ο αριθμός των άγαμων γυναικών $(25x/49)(0,355)$. Ο λόγος τους είναι $(24/25)(0,453/0,355) = 1,225$.

6. Η γραμμή παραγωγής ενός εργοστασίου κατασκευάζει προϊόντα δύο ειδών A και B. Τον Μάρτιο το εργοστάσιο κατασκεύασε, συνολικά για τα δύο είδη, 900 προϊόντα περισσότερα από τα αντίστοιχα προϊόντα που κατασκεύασε τον Ιούλιο. Ο παρακάτω πίνακας εμφανίζει για τους μήνες Ιανουάριο – Αύγουστο το ποσοστό συνολικής παραγωγής των προϊόντων των ειδών A και B επί του συνολικού αριθμού των ανωτέρω προϊόντων που κατασκευάστηκαν κατά τη διάρκεια των εν λόγω πέντε μηνών.

<u>ΜΗΝΑΣ</u>	<u>ΠΟΣΟΣΤΟ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ(%)</u>
Ιανουάριος	18
Μάρτιος	21

Μάιος	24
Ιούλιος	15
Αύγουστος	22

Η αναλογία των παραγόμενων προϊόντων του είδους Α προς τα παραγόμενα προϊόντα του είδους Β που κατασκευάστηκαν τον Μάρτιο και τον Αύγουστο ήταν 44 : 19 και 13 : 9, αντίστοιχα.

Έστω Χ η απόλυτη διαφορά των ποσοτήτων των προϊόντων του είδους Α που κατασκεύασε το εργοστάσιο τους μήνες Μάρτιο και Αύγουστο, και Υ η απόλυτη διαφορά των ποσοτήτων των προϊόντων του είδους Β που κατασκεύασε το εργοστάσιο τους μήνες Μάρτιο και Αύγουστο, επίσης. Η αναλογία Χ:Υ είναι:

- A. 3 : 5
- B. 1 : 2
- Γ. 5 : 8**
- Δ. 19 : 29

ΛΥΣΗ

Είναι δεδομένο ότι τον Μάρτιο κατασκευάστηκαν συνολικά 900 περισσότερα προϊόντα σε σχέση με τον Ιούλιο. Έστω λοιπόν συνολικά γ προϊόντα κατασκευάστηκαν σε αυτούς τους πέντε μήνες.

Άρα αριθμός προϊόντων τον Μάρτιο -> 21% του γ = 0,21γ

αριθμός προϊόντων τον Ιούλιο -> 15% του γ = 0,15γ. Επομένως,

$$0,21\gamma - 0,15\gamma = 900 \Rightarrow \gamma = 15.000$$

Συνολικά κατασκευάστηκαν 15.000 προϊόντα σε αυτούς τους πέντε μήνες.

Συνεπώς, τα προϊόντα που κατασκευάστηκαν κάθε μήνα έχουν ως εξής.

Ιανουάριος = 18% από 15000 = 2700 προϊόντα

Μάρτιος = 21% από 15000 = 3150 προϊόντα

Μάιος = 24% από 15000 = 3600 προϊόντα

Ιούλιος = 15% από 15000 = 2250 προϊόντα

Αύγουστος = 22% από 15000 = 3300 προϊόντα

Έστω ότι τα προϊόντα είδους A που κατασκευάστηκαν ήταν 44γ και τα προϊόντα είδους B που κατασκευάστηκαν ήταν 19γ τον Μάρτιο. Άρα

$$44\gamma + 19\gamma = 63\gamma = 3150 \Rightarrow \gamma = 50$$

Συνεπώς, τα προϊόντα είδους A που κατασκευάστηκαν τον Μάρτιο ήταν $44 \times 50 = 2200$ και τα προϊόντα είδους B που κατασκευάστηκαν αντίστοιχα ήταν $19 \times 50 = 950$.

Έστω ότι τα προϊόντα είδους A που κατασκευάστηκαν ήταν 13γ και τα προϊόντα είδους B που κατασκευάστηκαν ήταν 9γ τον Αύγουστο. Άρα

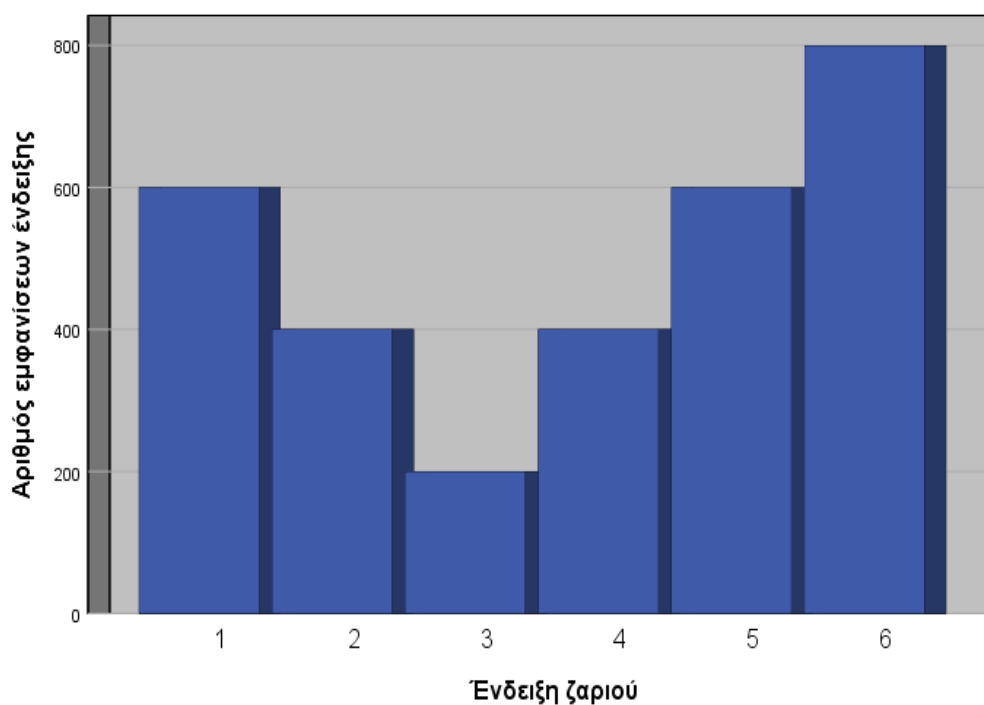
$$13\gamma + 9\gamma = 22\gamma = 3300 \Rightarrow \gamma = 150$$

Συνεπώς, τα προϊόντα είδους A που κατασκευάστηκαν τον Αύγουστο ήταν $13 \times 150 = 1950$ και τα προϊόντα είδους B που κατασκευάστηκαν αντίστοιχα ήταν $9 \times 150 = 1350$.

Επομένως, διαφορά μεταξύ του αριθμού προϊόντων είδους A που κατασκευάστηκαν το δίμηνο = $2200 - 1950 = 250$ και διαφορά μεταξύ του αριθμού προϊόντων είδους B που κατασκευάστηκαν το δίμηνο = $1350 - 950 = 400$

Άρα η ζητούμενη αναλογία είναι $250 : 400 = 5 : 8$. Σωστή απάντηση η Γ.

7. Κατά τη ρίψη ενός εξαέδρου ζαριού παρατηρήθηκαν τα εξής αποτελέσματα, σύμφωνα με το παρακάτω διάγραμμα:



Ένας μαθητής της Γ΄ Γυμνασίου υπολογίζοντας τη μέση τιμή των ενδείξεων κατέληξε στο συμπέρασμα ότι το παραπάνω ζάρι δεν είναι αμερόληπτο. Η απόλυτη τιμή της διαφοράς της μέσης τιμής των ενδείξεων του παραπάνω ζαριού από την αναμενόμενη μέση τιμή των ενδείξεων ενός αμερόληπτου εξάεδρου ζαριού είναι:

- A. 0,05
- B. 0,20
- Γ. 0,30**
- Δ. 0,35

ΛΥΣΗ

Σχηματίζουμε τον παρακάτω πίνακα:

Ένδειξη ζαριού	Συχνότητα (n_i)	$n_i \cdot x_i$	Αθροιστική Συχνότητα
1	600	600	600
2	400	800	1.000
3	200	600	1.200
4	400	1.600	1.600
5	600	3.000	2.200
6	800	4.800	3000
Σύνολο	3.000	11.400	

Η μέση τιμή των παρατηρήσεων είναι : $11.400/3.000 = 3,8$

Εάν το ζάρι ήταν αμερόληπτο θα έπρεπε όλες οι συχνότητες να είναι 500 , δεδομένου ότι όλες οι ενδείξεις είναι ισοπίθανες. Τότε όμως η μέση τιμή θα ήταν 3,5. Η διαφορά είναι 0,3 και σωστή απάντηση είναι η Γ.

8. Ένας παίκτης ρίχνει ένα κανονικό ζάρι. Σε κάθε ρίψη εισπράττει ποσό σε ευρώ ίσο με την ένδειξη του ζαριού και πληρώνει ένα σταθερό ποσό. Ποιο ποσό θα πρέπει να πληρώνει ο παίκτης σε κάθε ρίψη του ζαριού εάν θέλει να έχει κέρδος 1 ευρώ ανά ρίψη μακροπρόθεσμα;

- A. 2,50 ευρώ**
- B. 2 ευρώ
- Γ. 3,50 ευρώ
- Δ. 4 ευρώ

ΛΥΣΗ

Αφού το ζάρι είναι κανονικό η πιθανότητα εμφάνισης κάθε ένδειξης είναι ίδια. Μακροπρόθεσμα εάν ρίξουμε το ζάρι n φορές, τότε κάθε ένδειξη θα εμφανιστεί $n/6$ φορές. Συνεπώς, κατά μέσο όρο μακροπρόθεσμα ο παίκτης θα εισπράξει $(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) \cdot (n/6) = 7n/2$ Ευρώ. Εάν ο παίκτης θέλει να κερδίζει 1 Ευρώ ανά ρίψη, τότε το συνολικό του κόστος στις n ρίψεις θα είναι $7n/2 - n$ Ευρώ. Άρα, ανά ρίψη θα πρέπει να πληρώνει: $7/2 - 1 = 2,50$ Ευρώ. Σωστή απάντηση η Α.

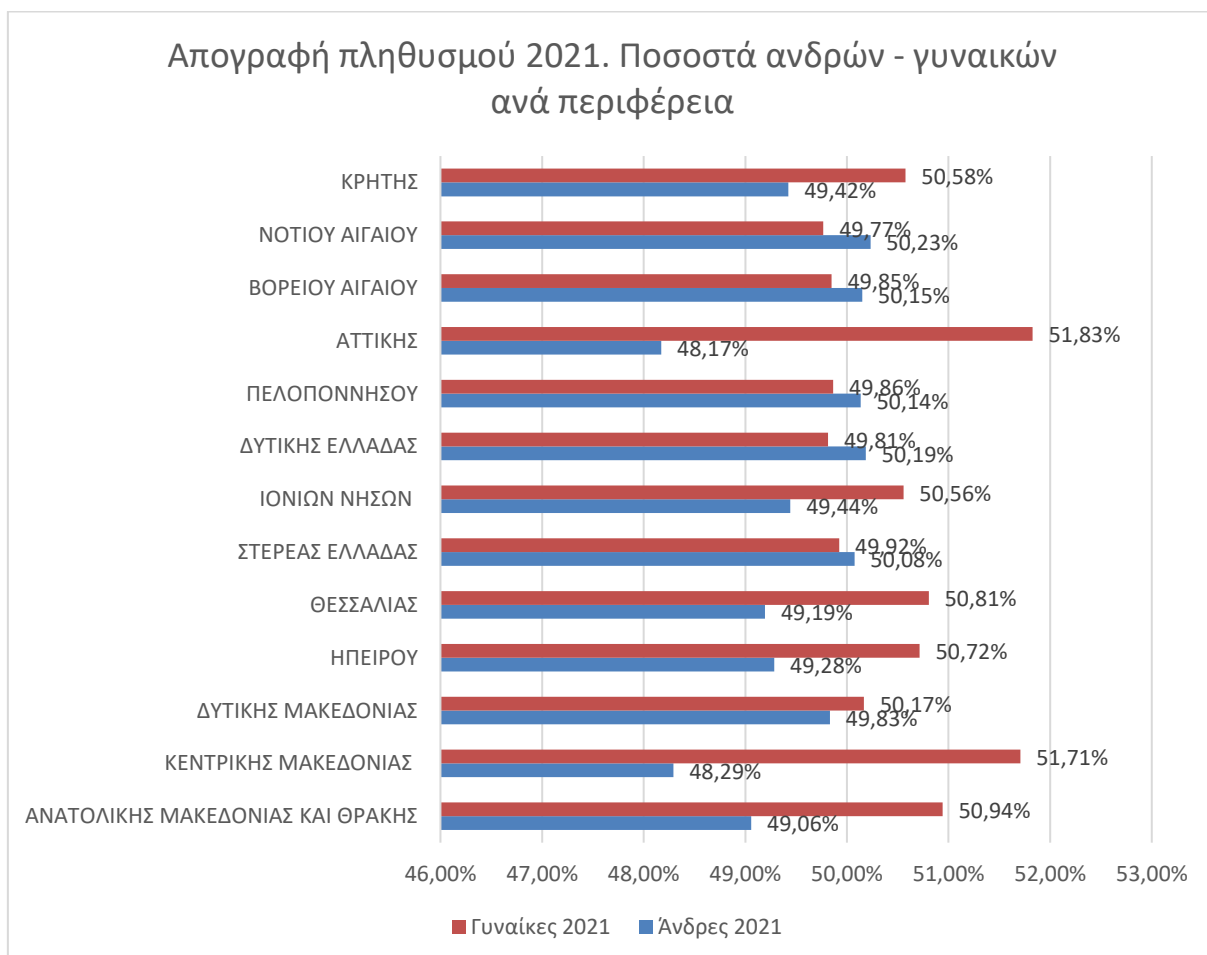
9. Το επόμενο ραβδόγραμμα σχετικών συχνοτήτων εμφανίζει τα ποσοστά των ανδρών και των γυναικών σε καθεμία από τις 13 Περιφέρειες της Χώρας, σύμφωνα με τα αποτελέσματα της Απογραφής Πληθυσμού-Κατοικιών 2021. Με βάση τα στοιχεία της Απογραφής, ο συνολικός πληθυσμός της Χώρας το έτος 2021 ήταν 10.482.486 κάτοικοι, εκ των οποίων 5.125.981 άνδρες.

Ένας μελετητής κατέγραψε:

α) Την Περιφέρεια με το μεγαλύτερο ποσοστό γυναικών.

β) Την Περιφέρεια με το μικρότερο ποσοστό γυναικών.

γ) Τις Περιφέρειες στις οποίες το ποσοστό των γυναικών ξεπέρασε το ποσοστό τους στο σύνολο Χώρας.



Ποια από τις παρακάτω καταγραφές είναι σωστή;

A. α) Αττική β) Νότιο Αιγαίο γ) Κεντρική Μακεδονία – Αττική

B. α) Νότιο Αιγαίο β) Αττική γ) Κεντρική Μακεδονία – Αττική

- Γ. α) Κρήτη β) Βόρειο Αιγαίο γ) Δυτική Μακεδονία – Θεσσαλία
Δ. α) Ανατολική Μακεδονία, Θράκη β) Στερεά Ελλάδα γ) Ήπειρος – Θεσσαλία

ΛΥΣΗ

α) Μεγαλύτερο ποσοστό γυναικών στην Αττική (51,83%)

β) Μικρότερο ποσοστό γυναικών στο Νότιο Αιγαίο (49,77%)

β) Ποσοστό γυναικών στο συνολικό πληθυσμό: $5.356.505/10.482.486 = 51,1\%$

Στις Περιφέρειες Κεντρικής Μακεδονίας (51,71%) και Αττικής (51,83%), το ποσοστό των γυναικών ξεπέρασε το ποσοστό τους στο σύνολο Χώρας.

10. Ένα σχολείο εκπροσωπήθηκε σε έναν διαγωνισμό από μία ομάδα 6 μαθητών. Την επόμενη χρονιά το σχολείο εκπροσώπησε η ίδια ομάδα μαθητών εκτός από έναν μαθητή, ο οποίος αποφοίτησε και αντικαταστάθηκε με έναν νεότερο μαθητή. Εάν οι μέσοι όροι των ηλικιών των δύο ομάδων ήταν ίσοι, η διαφορά της ηλικίας του νέου μέλους από την ηλικία του μέλους που αντικατέστησε ήταν:

A. 2

B. 3

Γ. 4

Δ. 5

ΛΥΣΗ

Για την πρώτη χρονιά

Έστω ότι S είναι το άθροισμα των ηλικιών των 5 μαθητών που παρέμειναν, x είναι η ηλικία του μαθητή που αποφοίτησε και y είναι η ηλικία του μαθητή που τον αντικατέστησε.

$$\text{Ισχύει } \mu = \frac{S+x}{6}$$

Για την δεύτερη χρονιά

Το άθροισμα των ηλικιών των 5 μαθητών είναι $S + 5$ και η ηλικία του μαθητή που αντικαθιστά αυτόν που αποφοίτησε είναι $y + 1$.

$$\text{Ισχύει } \mu = \frac{S+5+y+1}{6} = \frac{S+y+6}{6}$$

Επομένως,

$$\frac{S+x}{6} = \frac{S+y+6}{6} \Leftrightarrow S + x = S + y + 6 \Leftrightarrow x = y + 6$$

Υποσημείωση: Καθώς η σωστή απάντηση στην συγκεκριμένη ερώτηση δεν συμπεριλαμβάνεται στις προτεινόμενες απαντήσεις, **οι απαντήσεις των μαθητών θεωρήθηκαν όλες σωστές.**

Εκδοχή 2

1. Ο παρακάτω ελλιπώς συμπληρωμένος πίνακας εμφανίζει το ποσοστό κέρδους τεσσάρων προϊόντων πέντε εταιρειών:

	Σαπούνια	Σκόνη Πλυντηρίου	Σαμπουάν	Αφρόλουτρο
A	10%	20%		15%
B		30%	5%	
Γ	12%	15%		20%
Δ			12%	18%
E	8%		10%	

Η αναλογία της τιμής κόστους ενός σαπουνιού και ενός σαμπουάν είναι 4 : 5 και το συνολικό κέρδος που αποκόμισε η εταιρεία E μετά την πώληση ενός σαπουνιού και ενός σαμπουάν είναι 0,246 ευρώ. Λαμβάνοντας υπόψη ότι η τιμή κόστους του αφρόλουτρου είναι 20% υψηλότερη από την τιμή κόστους του σαπουνιού, το συνολικό κέρδος της εταιρείας A μετά την πώληση ενός σαπουνιού και ενός αφρόλουτρου θα είναι:

A. 0,336 ευρώ

B. 0,654 ευρώ

Γ. 0,885 ευρώ

Δ. 1,025 ευρώ

ΛΥΣΗ

Έστω το κόστος του σαπουνιού = $4x$. Τότε το κόστος του σαμπουάν = $5x$. Συνεπώς, $(4x) \cdot 8\% + (5x) \cdot 10\% = 0,246 \Rightarrow 32\% x + 50\% x = 0,246 \Rightarrow 82x = 24,6 \Rightarrow x = 0,3$

Άρα τιμή κόστους σαπουνιού = 1,20 ευρώ, τιμή κόστους σαμπουάν = 1,50 ευρώ

Τιμή κόστους αφρόλουτρου = $1,20 \times 120\% = 1,44$ ευρώ

Συνολικό κέρδος της εταιρείας = $1,20 \times 10\% + 1,44 \times 15\% = 0,12 + 0,216 = 0,336$ ευρώ. Σωστή απάντηση η A.

2. Μία εταιρεία για τη μηνιαία πληρωμή πέντε εργαζομένων της αξιολογεί την απόδοσή τους σε πέντε διαφορετικές παραμέτρους (Π1 έως Π5), βαθμολογώντας από 1, για τη χαμηλότερη απόδοση, μέχρι 5. Στον κατωτέρω ελλειπώς συμπληρωμένο πίνακα εμφανίζεται ο βαθμός που έλαβε κάθε εργαζόμενος, για τον μήνα Ιανουάριο, σε μία από τις πέντε παραμέτρους:

	Π1	Π2	Π3	Π4	Π5
Κοσμάς				4	
Έλενα	3				
Μαρία			2		
Μηνάς		3			
Γιάννης					2

Αναφορικά με τους βαθμούς που έλαβαν οι πέντε εργαζόμενοι για τον μήνα Ιανουάριο έγιναν γνωστά τα εξής:

1. Ο Κοσμάς και η Έλενα έλαβαν βαθμό 5 σε ακριβώς μία παράμετρο.
2. Η Μαρία έλαβε βαθμό 5 σε δύο παραμέτρους.
3. Κανένας από τους εργαζόμενους δεν είχε τον ίδιο βαθμό σε τρεις παραμέτρους.

Τον ίδιο μήνα ο μισθός κάθε εργαζόμενου προέκυψε ως ακολούθως:

	Βασικός Μισθός (Ευρώ)	Επιπλέον Αμοιβή (Ευρώ)
Κοσμάς	1.100	150 * Μέσος όρος βαθμών αξιολόγησης
Έλενα	1.350	120 * Μέσος όρος βαθμών αξιολόγησης
Μαρία	950	250 * Μέσος όρος βαθμών αξιολόγησης
Μηνάς	1.250	125 * Μέσος όρος βαθμών αξιολόγησης
Γιάννης	1.620	100 * Μέσος όρος βαθμών αξιολόγησης

Εάν και οι πέντε εργαζόμενοι έλαβαν επιπλέον αμοιβή με τον βασικό μισθό τους, η απόλυτη τιμή της διαφοράς της μέσης τιμής από τη διάμεσο των δυνατών πιθανών αποδοχών των εργαζομένων με βάση τους ανώτερους δυνατούς βαθμούς αξιολόγησης που θα μπορούσαν να λάβουν τον συγκεκριμένο μήνα είναι:

- A. 38,20 ευρώ
- B. 41,30 ευρώ
- Γ. 46,50 ευρώ
- Δ. 50,30 ευρώ

ΛΥΣΗ

Σύμφωνα με τα δεδομένα του προβλήματος οι μέγιστοι δυνατοί μισθοί επιτυγχάνονται με βάση την καλύτερη δυνατή αξιολόγηση βάσει του παρακάτω πίνακα

	Π1	Π2	Π3	Π4	Π5
Κοσμάς	5	4	3	4	3
Έλενα	3	5	4	3	4
Μαρία	5	5	2	4	4
Μηνάς	5	3	5	4	4
Γιάννης	5	5	4	4	2

Συνεπώς, οι μισθοί των πέντε εργαζομένων διαμορφώνονται ως εξής:

$$\text{Κοσμάς : } 1.100 + 150(19/5) = 1.100 + 570 = 1.670 \text{ Ευρώ}$$

$$\text{Έλενα : } 1.350 + 120(19/5) = 1.350 + 456 = 1.806 \text{ Ευρώ}$$

$$\text{Μαρία : } 950 + 250(20/5) = 950 + 1.000 = 1.950 \text{ Ευρώ}$$

$$\text{Μηνάς : } 1.250 + 125(21/5) = 1.250 + 525 = 1.775 \text{ Ευρώ}$$

$$\text{Γιάννης : } 1.620 + 100(20/5) = 1620 + 400 = 2.020 \text{ Ευρώ}$$

Η μέση τιμή των παραπάνω μισθών είναι: 1.844,2 Ευρώ και η διάμεσος είναι : 1.806 Ευρώ. Η διαφορά τους είναι: 38,20 Ευρώ. Σωστή απάντηση η Α.

3. Ένας καθηγητής καταχωρεί στον Η/Υ του τη μέση βαθμολογία των μαθητών μιας τάξης του, ταξινομημένη σε 3 κατηγορίες 0 - 10, 11 – 15 και 16 – 20, με βάση το φύλο των μαθητών. Τα δεδομένα αποθηκεύτηκαν στον σκληρό δίσκο του Η/Υ, αλλά δυστυχώς μερικά από αυτά χάθηκαν λόγω ενός ιού. Ο παρακάτω πίνακας εμφανίζει τα δεδομένα τα οποία τελικά ανακτήθηκαν:

	0 - 10	11 - 15	16 - 20	Σύνολο
Αγόρια			10	
Κορίτσια				32
Σύνολο		30		

Ο καθηγητής κατάφερε τελικά να συμπληρώσει τον πίνακα, λαμβάνοντας υπόψη τα ακόλουθα:

1. Το 50% των μαθητών είχαν μέση βαθμολογία είτε μεταξύ 16 – 20 είτε μεταξύ 11 – 15.
2. Το 40% των μαθητών της τάξης ήταν κορίτσια.
3. Το ένα τρίτο των αγοριών της τάξης είχαν μέση βαθμολογία μεταξύ 0 – 10.

Εάν επιλέξουμε έναν μαθητή που η μέση βαθμολογία του είναι μεταξύ 11 – 15, η πιθανότητα να είναι αγόρι είναι:

A. 27,50%

B. 45,83%

Γ. 69,67%

Δ. 73,33%

ΛΥΣΗ

Αφού το 40% των μαθητών ήταν κορίτσια, δηλαδή 32 μαθητές, ο συνολικός αριθμός μαθητών ήταν 80 και ο συνολικός αριθμός των αγοριών ήταν 48. Επειδή η μέση βαθμολογία του 50% των μαθητών ήταν είτε μεταξύ 16 – 20 είτε μεταξύ 11 – 15, τότε (αριθμός μαθητών μεταξύ 0 – 10) = (αριθμός μαθητών μεταξύ 11 - 15 + αριθμός μαθητών μεταξύ 16 -20) = 40. Άρα αριθμός μαθητών μεταξύ 16 - 20 = 40 – 30 = 10. Καθώς το 1/3 των αγοριών είχαν μέση βαθμολογία μεταξύ 0 - 10, ο συνολικός τους αριθμός ήταν 1/3 των 48 = 16. Συνεπώς, ο συνολικός αριθμός των αγοριών που είχαν μέση βαθμολογία μεταξύ 11 -15 ήταν (48 – 16 – 10) = 22.

Συνεπώς προκύπτει ο ακόλουθος πίνακας:

	0 - 10	11 - 15	16 - 20	Σύνολο
Αγόρια	16	22	10	48
Κορίτσια	24	8	0	32
Σύνολο	40	30	10	80

Άρα η ζητούμενη πιθανότητα είναι : $22/30 = 0,7333$ δηλ. 73,33%. Σωστή απάντηση η Δ.

4. Στις τελευταίες δύο αγωνιστικές ενός πρωταθλήματος ποδοσφαίρου μία ομάδα χρειάζεται 3 βαθμούς για να παραμείνει στην κατηγορία. Σε κάθε αγώνα η νίκη δίνει 3 βαθμούς, η ισοπαλία 1 βαθμό, η ήττα 0 βαθμούς και σε περίπτωση μηδενισμού αφαιρούνται 2 βαθμοί. Θεωρώντας ότι τα παραπάνω ενδεχόμενα είναι ισοπίθανα, η πιθανότητα να σωθεί η ομάδα είναι:

A. 18,75%

B. 31,25%

Γ. 37,5%

Δ. 62,5%

ΛΥΣΗ

Συμβολίζουμε με Ν τη νίκη, Ι την ισοπαλία, Η την ήττα και Μ τον μηδενισμό.

Ο δειγματικός χώρος είναι:

$\Omega = \{NN, NI, NH, NM, IN, II, IH, IM, HN, HI, HH, HM, MN, MI, MH, MM\}$

Τα 16 ενδεχόμενα είναι ισοπίθανα με πιθανότητα $1/16$.

Παρακάτω δίνονται οι βαθμοί που μπορεί να πάρει στους δύο αγώνες η ομάδα

NN	NI	NH	NM
6	4	3	1

IN	II	IH	IM
4	2	1	-1

HN	HI	HH	HM
3	1	0	-2

MN	MI	MH	MM
1	-1	-2	-4

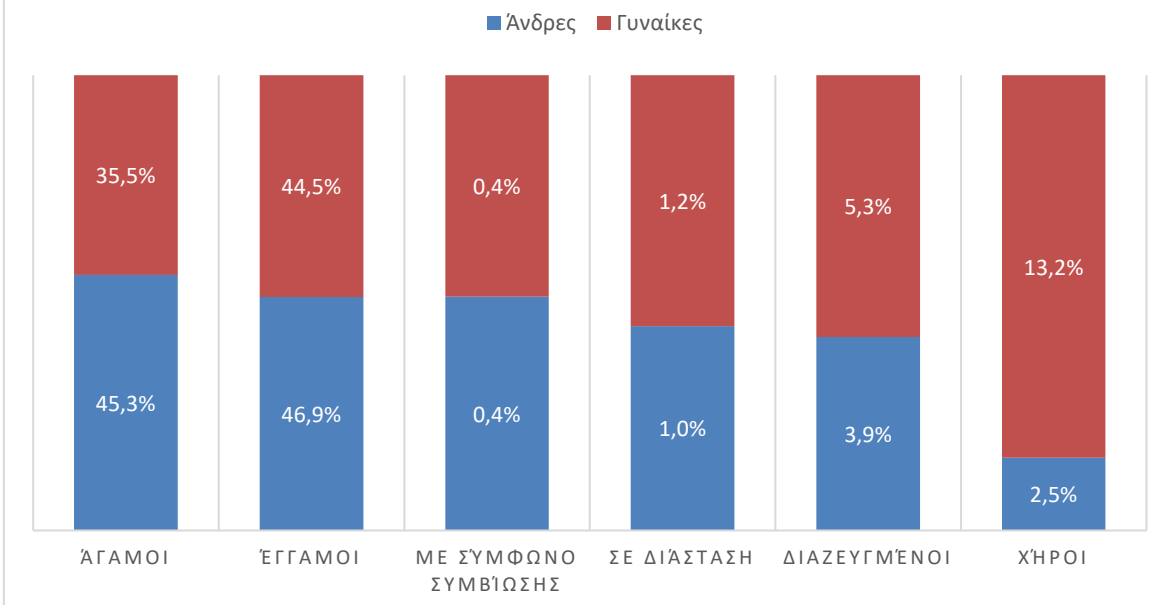
Και η συχνότητα των βαθμών

x_i	-4	-2	-1	0	1	2	3	4	6	
v_i	1	2	2	1	4	1	2	2	1	16

$$P(\Sigma) = P(3) + P(4) + P(6) = \frac{2}{16} + \frac{2}{16} + \frac{1}{16} = \frac{5}{16} = 0,3125 \text{ ή } 31,25\%.$$

5. Στο παρακάτω γράφημα δίνεται η κατανομή του μόνιμου πληθυσμού της Ελλάδος με βάση την οικογενειακή κατάσταση, σύμφωνα με τα στοιχεία της Απογραφής Πληθυσμού-Κατοικιών 2021. Εάν, σύμφωνα με τα εν λόγω στοιχεία, η αναλογία άνδρες προς γυναίκες στο σύνολο του μόνιμου πληθυσμού ήταν περίπου 24:25, ο λόγος του αριθμού των έγγαμων ανδρών προς τον αριθμό των έγγαμων γυναικών στον ανωτέρω πληθυσμό ήταν:

ΜΟΝΙΜΟΣ ΠΛΗΘΥΣΜΟΣ ΚΑΤ'Α ΟΙΚΟΓΕΝΕΙΑΚΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΑΠΟΓΡΑΦΗ ΠΛΗΘΥΣΜΟΥ-ΚΑΤΟΙΚΙΩΝ 2021



A. 0,707

B. 0,181

Γ. 1,011

Δ. 1,225

ΛΥΣΗ

Έστω x ο μόνιμος πληθυσμός της Χώρας, σύμφωνα με τα στοιχεία της Απογραφής Πληθυσμού-Κατοικιών 2021. Ο αριθμός των ανδρών ήταν $24x/49$ και ο αριθμός των γυναικών $25x/49$. Ο αριθμός των έγγαμων ανδρών ήταν $(24x/49)(0,469)$ και ο αριθμός των έγγαμων γυναικών $(25x/49)(0,445)$. Ο λόγος τους είναι $(24/25)(0,469/0,445) = 1,011$.

6. Η εταιρεία E εξαγόρασε πρόσφατα τέσσερις εταιρείες, τις A, B, Γ και Δ. Όταν τα οικονομικά αποτελέσματα του έτους 2022-2023 των τεσσάρων αυτών εταιρειών τέθηκαν στο επόμενο διοικητικό συμβούλιο της εταιρείας E διαπιστώθηκαν τα εξής: Ενώ τα κέρδη της εταιρείας Γ και της εταιρείας Δ ήταν τα ίδια, οι πωλήσεις της εταιρείας Γ ήταν ίδιες με αυτές της εταιρείας B. Τα κέρδη της εταιρείας A ήταν το 10% των πωλήσεών της, ενώ τα κέρδη της εταιρείας B ήταν το 20% των πωλήσεών της. Ενώ τα συνολικά έξοδα της εταιρείας Γ ήταν 5 φορές τα κέρδη της, οι πωλήσεις της εταιρείας Δ ήταν 3 φορές τα κέρδη της. Τα συνολικά έξοδα της εταιρείας Γ ήταν 10.000.000 ευρώ και τα συνολικά έξοδα της εταιρείας A ήταν 10% λιγότερα από αυτά της εταιρείας Γ.

Ο επόμενος πίνακας εμφανίζει τον αριθμό των εργαζομένων κάθε εταιρείας και το ποσοστό (%) επί των εξόδων της που καλύπτει η μισθοδοσία:

ΕΤΑΙΡΕΙΑ	ΑΡΙΘΜΟΣ ΕΡΓΑΖΟΜΕΝΩΝ	ΠΟΣΟΣΤΟ ΜΙΣΘΟΔΟΣΙΑΣ
A	245	69
B	260	66
Γ	310	71
Δ	105	68

Με βάση τα στοιχεία του παραπάνω πίνακα οι εργαζόμενοι με τον καλύτερο μέσο μηνιαίο μισθό είναι αυτοί που εργάζονται στην εταιρεία:

A. A

B. B

Γ. Γ

Δ. Δ

ΛΥΣΗ

Έστω x τα κέρδη της εταιρείας Γ και της εταιρείας Δ, y οι πωλήσεις της εταιρείας Γ και της εταιρείας Β και z οι πωλήσεις της εταιρείας Α. Δημιουργούμε με βάση τα δεδομένα του προβλήματος τον παρακάτω πίνακα:

ΕΤΑΙΡΕΙΑ	ΠΩΛΗΣΕΙΣ	ΕΞΟΔΑ	ΚΕΡΔΟΣ
A	Z	0,9z	0,1z
B	Y	0,8y	0,2y
Γ	Y	5x	x
Δ	3x	2x	x

Γνωρίζουμε όμως ότι τα συνολικά έξοδα της εταιρείας Γ ήταν 10.000.000 Ευρώ. Άρα $5x = 10.000.000 \Rightarrow x = 2.000.000$. Επίσης, τα συνολικά έξοδα της εταιρείας Α ήταν 10% λιγότερα από αυτά της εταιρείας Γ = 9.000.000 Ευρώ. Επομένως, $0,9z = 9.000.000 \Rightarrow z = 10.000.000$ Ευρώ. Τέλος, στην περίπτωση της εταιρείας Γ, αφού Πωλήσεις – Έξοδα = Κέρδος \Rightarrow Πωλήσεις = Έξοδα + Κέρδος = $6x = 12.000.000$. Άρα $y = 12.000.000$.

Δημιουργούμε τώρα τον τελικό μας πίνακα:

ΕΤΑΙΡΕΙΑ	ΠΩΛΗΣΕΙΣ	ΕΞΟΔΑ	ΚΕΡΔΟΣ
A	10.000.000	9.000.000	1.000.000
B	12.000.000	9.600.000	2.400.000
Γ	12.000.000	10.000.000	2.000.000
Δ	6.000.000	4.000.000	2.000.000

θα βρούμε τον μέσο μηνιαίο μισθό των εργαζομένων κάθε εταιρείας.

A: $9.000.000 \cdot (0,69) = 6.210.000 \rightarrow 6.210.000 / 245 = 25.346,94 \rightarrow 25.346,94 / 12 = 2.112,25$ Ευρώ/μήνα

B: $9.600.000 \cdot (0,66) = 6.336.000 \rightarrow 6.336.000 / 260 = 24.369,23 \rightarrow 24.369,23 / 12 = 2.030,77$ Ευρώ/μήνα

Γ: $10.000.000 \cdot (0,71) = 7.100.000 \rightarrow 7.100.000 / 310 = 22.903,23 \rightarrow 22.903,23 / 12 = 1.908,60$ Ευρώ/μήνα

Δ: $4.000.000 \cdot (0,68) = 2.720.000 \rightarrow 2.720.000 / 105 = 25.904,76 \rightarrow 25.904,76 / 12 = 2.158,73$ Ευρώ/μήνα

Σωστή απάντηση η Δ.

7. Τοποθετούμε στη σειρά πέντε ίδια κουτιά που έχουν τους αριθμούς 1, 2, 3, 4, 5. Σε κάθε κουτί πρέπει να τοποθετήσουμε μία μπάλα, μπλε ή κόκκινη, έτσι ώστε σε δύο διπλανά κουτιά να μην τοποθετηθούν μπλε μπάλες. Εάν οι μπάλες είναι πανομοιότυπες, εκτός του χρώματός τους, οι δυνατοί τρόποι με τους οποίους μπορεί να γίνει αυτή η τοποθέτηση είναι:

A. 8

B. 10

Γ. 11

Δ. 13

ΛΥΣΗ

Σίγουρα δεν είναι δυνατόν να έχουμε σύμφωνα με τα δεδομένα του προβλήματος 4 ή περισσότερες μπάλες.

Περίπτωση I : Έστω ότι έχουμε 3 μπλε μπάλες. Τότε αυτές σίγουρα θα μπουν στα κουτιά 1, 3, 5. Η τοποθέτηση γίνεται συνεπώς με έναν μόνο τρόπο.

Περίπτωση II : Έστω ότι έχουμε 2 μπλε μπάλες. Τότε μπορούμε να τις τοποθετήσουμε με $C(5,2) = 10$ τρόπους τοποθέτησης. Αλλά όμως σε 4 περιπτώσεις μπλε μπάλες θα βρίσκονται σε γειτονικά κουτιά, στο 1 και 2 ή στο 2 και 3 ή στο 3 και 4 ή στο 4 και 5. Άρα τελικά η τοποθέτηση μπορεί να γίνει με $10 - 4 = 6$ διαφορετικούς τρόπους.

Περίπτωση III : Έστω ότι έχουμε 1 μπλε μπάλα. Η τοποθέτηση μπορεί να γίνει με 5 διαφορετικούς τρόπους, στο κουτί 1 ή 2 ή 3 ή 4 ή 5.

Περίπτωση IV : Έστω ότι έχουμε 0 μπλε μπάλες. Τότε τοποθετούμε σε κάθε κουτί από μία κόκκινη μπάλα. Άρα 1 τελικά τρόπος.

Συνολικά, μπορούμε να τοποθετήσουμε μία μπάλα στα πέντε κουτιά με $1 + 6 + 5 + 1 = 13$ διαφορετικούς τρόπους. Σωστή απάντηση η Δ.

8. Ένα αμερόληπτο ζάρι ρίχνεται δύο φορές και προστίθενται οι δύο ενδείξεις. Ποιο από τα παρακάτω ενδεχόμενα έχει τη μεγαλύτερη πιθανότητα να συμβεί;

A. Το άθροισμα των ενδείξεων είναι πρώτος αριθμός

B. Το άθροισμα των ενδείξεων είναι πολλαπλάσιο του 4

Γ. Το άθροισμα των ενδείξεων είναι ένα τέλειο τετράγωνο

Δ. Το άθροισμα των ενδείξεων είναι 7

ΛΥΣΗ

Αποτελέσματα της ρίψης των 2 ζαριών						Άθροισμα των τιμών					
1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	2	3	4	5	6	7
2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	3	4	5	6	7	8
3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	4	5	6	7	8	9
4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6	5	6	7	8	9	10
5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6	6	7	8	9	10	11
6,1	6,2	6,3	6,4	6,5	6,6	7	8	9	10	11	12

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζεται η κατανομή συχνότητας των αθροισμάτων

x_i	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
v_i	1	2	3	4	5	6	5	4	3	2	1	36

$$N(\Omega) = 36$$

A. Πρώτοι: 2, 3, 5, 7, 11

$$P(A) = \frac{1}{36} + \frac{2}{36} + \frac{4}{36} + \frac{6}{36} + \frac{2}{36} = \frac{15}{36}$$

B: Πολλαπλάσιο του 4: 4, 8, 12

$$P(B) = \frac{3}{36} + \frac{5}{36} + \frac{1}{36} = \frac{9}{36}$$

Γ: Τέλειο τετράγωνο: 4, 9

$$P(\Gamma) = \frac{3}{36} + \frac{4}{36} = \frac{7}{36}$$

$$P(\Delta) = \frac{6}{36}$$

Σωστή απάντηση η A.

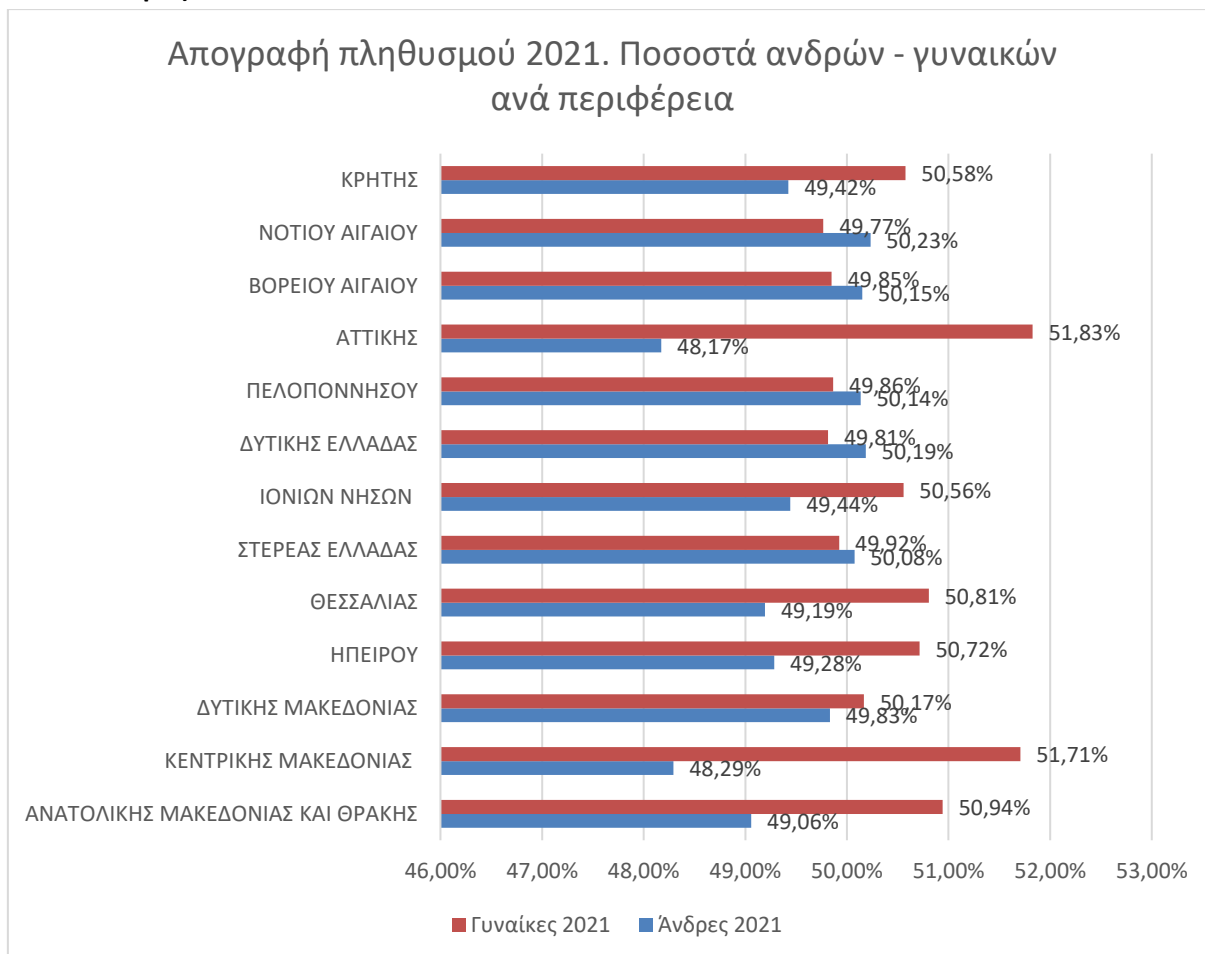
9. Το επόμενο ραβδόγραμμα σχετικών συχνοτήτων εμφανίζει τα ποσοστά των ανδρών και των γυναικών σε καθεμία από τις 13 Περιφέρειες της Χώρας, σύμφωνα με τα αποτελέσματα της Απογραφής Πληθυσμού-Κατοικιών 2021. Με βάση τα στοιχεία της Απογραφής, ο συνολικός πληθυσμός της Χώρας το έτος 2021 ήταν 10.482.486 κάτοικοι, εκ των οποίων 5.356.505 γυναίκες.

Ένας μελετητής κατέγραψε:

α) Την Περιφέρεια με το μεγαλύτερο ποσοστό ανδρών.

β) Την Περιφέρεια με το μικρότερο ποσοστό ανδρών.

γ) Τις Περιφέρειες στις οποίες το ποσοστό των ανδρών ήταν μικρότερο του ποσοστού τους στο σύνολο Χώρας.



Ποια από τις παρακάτω καταγραφές είναι σωστή;

- A. α) Αττική β) Νότιο Αιγαίο γ) Κεντρική Μακεδονία – Αττική
B. α) Νότιο Αιγαίο β) Αττική γ) Κεντρική Μακεδονία – Αττική
Γ. α) Κρήτη β) Βόρειο Αιγαίο γ) Δυτική Μακεδονία – Θεσσαλία
Δ. α) Ανατολική Μακεδονία, Θράκη β) Στερεά Ελλάδα γ) Ήπειρος - Θεσσαλία

ΛΥΣΗ

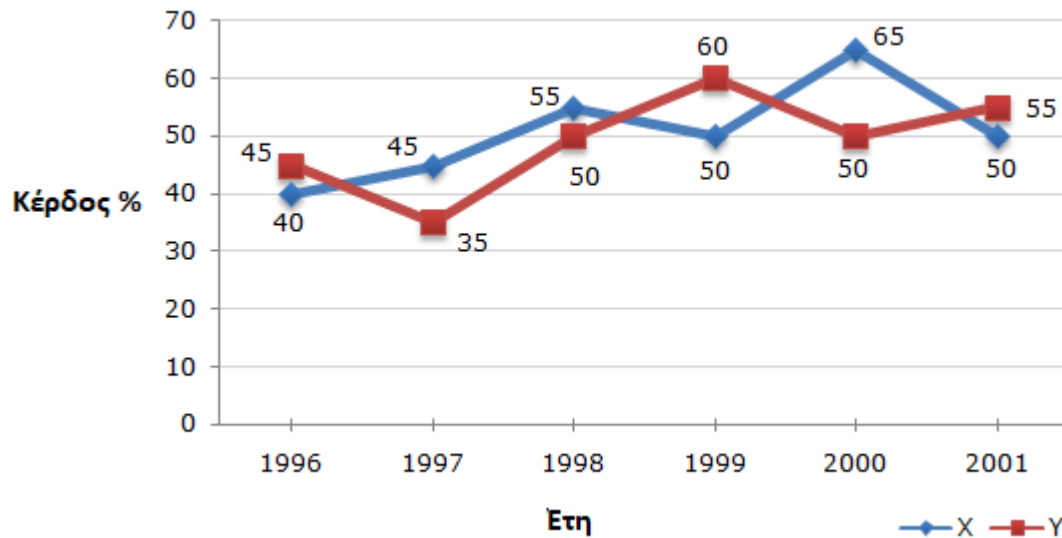
α) Μεγαλύτερο ποσοστό ανδρών στο Νότιο Αιγαίο (50,23%) και

β) Μικρότερο ποσοστό ανδρών στην Αττική (48,17%)

γ) Ποσοστό ανδρών στο συνολικό πληθυσμό: $(10.482.486 - 5.356.505)/10.482.486 = 48,9\%$

Στις Περιφέρειες Κεντρικής Μακεδονίας (48,29%) και Αττικής (48,17%), το ποσοστό των ανδρών είναι μικρότερο από το ποσοστό τους στο σύνολο Χώρας.

10. Το παρακάτω διάγραμμα εμφανίζει το κέρδος δύο εταιρειών X και Y, ως ποσοστό (%) των δαπανών τους, κατά τη χρονική περίοδο 1996 – 2001.



Εάν τα έσοδα των δύο εταιρειών X και Y το 2000 ήταν σε αναλογία 3:4, η αντίστοιχη αναλογία των δαπανών τους το 2000 ήταν:

- A. 9 : 12
- B. 11 : 14
- Γ. 12 : 17
- Δ. 15 : 22**

ΛΥΣΗ

Έστω τα έσοδα το 2000 των εταιρειών X και Y είναι αντίστοιχα $3x$ και $4x$, και οι δαπάνες τους το ίδιο έτος είναι E_1 και E_2 αντίστοιχα. Τότε,

Για την εταιρεία X ισχύει ότι :

$$65 = \frac{3x - E_1}{E_1} \times 100 \Rightarrow \frac{65}{100} = \frac{3x}{E_1} - 1 \Rightarrow E_1 = 3x \times \left(\frac{100}{165}\right)$$

Για την εταιρεία Y ισχύει ότι :

$$50 = \frac{4x - E_2}{E_2} \times 100 \Rightarrow \frac{50}{100} = \frac{4x}{E_2} - 1 \Rightarrow E_2 = 4x \times \left(\frac{100}{150}\right)$$

Διαιρούμε τις δύο σχέσεις κατά μέλη και έχουμε :

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{3 \times \left(\frac{100}{165}\right)}{4 \times \left(\frac{100}{150}\right)} = \frac{3 \times 150}{4 \times 165} = \frac{15}{22}$$

Σωστή απάντηση η Δ.

Εκδοχή 3

1. Ο παρακάτω ελλιπώς συμπληρωμένος πίνακας εμφανίζει το ποσοστό κέρδους τεσσάρων προϊόντων πέντε εταιρειών:

	Σαπουνία	Σκόνη Πλυντηρίου	Σαμπουάν	Αφρόλουτρο
A	10%	20%		15%
B		30%	5%	
Γ	12%	15%		20%
Δ			12%	18%
E	8%		10%	

Η αναλογία της τιμής κόστους ενός σαπουνιού και ενός σαμπουάν είναι 4 : 5 και το συνολικό κέρδος που αποκόμισε η εταιρεία E μετά την πώληση ενός σαπουνιού και ενός σαμπουάν είναι 0,246 ευρώ. Λαμβάνοντας υπόψη ότι η τιμή κόστους του αφρόλουτρου είναι 20% υψηλότερη από την τιμή κόστους του σαπουνιού, το συνολικό κέρδος της εταιρείας A μετά την πώληση ενός σαπουνιού και ενός αφρόλουτρου θα είναι:

A. 0,336 ευρώ

B. 0,654 ευρώ

Γ. 0,885 ευρώ

Δ. 1,025 ευρώ

ΛΥΣΗ

Έστω το κόστος του σαπουνιού = 4x. Τότε το κόστος του σαμπουάν = 5x. Συνεπώς, (4x).8% + (5x).10% = 0,246 => 32% x + 50% x = 0,246 => 82x = 24,6 => x = 0,3

Άρα τιμή κόστους σαπουνιού = 1,20 ευρώ, τιμή κόστους σαμπουάν = 1,50 ευρώ

Τιμή κόστους αφρόλουτρου = $1,20 \times 120\% = 1,44$ ευρώ

Συνολικό κέρδος της εταιρείας = $1,20 \times 10\% + 1,44 \times 15\% = 0,12 + 0,216 = 0,336$ ευρώ. Σωστή απάντηση η Α.

Μία εταιρεία για τη μηνιαία πληρωμή πέντε εργαζομένων της αξιολογεί την απόδοσή τους σε πέντε διαφορετικές παραμέτρους (Π1 έως Π5), βαθμολογώντας από 1, για τη χαμηλότερη απόδοση, μέχρι 5. Στον κατωτέρω ελλιπώς συμπληρωμένο πίνακα εμφανίζεται ο βαθμός που έλαβε κάθε εργαζόμενος, για τον μήνα Ιανουάριο, σε μία από τις πέντε παραμέτρους:

	Π1	Π2	Π3	Π4	Π5
Κοσμάς				4	
Έλενα	3				
Μαρία			2		
Μηνάς		3			
Γιάννης					2

Αναφορικά με τους βαθμούς που έλαβαν οι πέντε εργαζόμενοι για τον μήνα Ιανουάριο έγιναν γνωστά τα εξής:

1. Ο Κοσμάς και η Έλενα έλαβαν βαθμό 5 σε ακριβώς μία παράμετρο.
2. Η Μαρία έλαβε βαθμό 5 σε δύο παραμέτρους.
3. Κανένας από τους εργαζόμενους δεν είχε τον ίδιο βαθμό σε τρεις παραμέτρους.

Τον ίδιο μήνα ο μισθός κάθε εργαζόμενου προέκυψε ως ακολούθως:

	Βασικός Μισθός (Ευρώ)	Επιπλέον Αμοιβή (Ευρώ)
Κοσμάς	1.100	150 * Μέσος όρος βαθμών αξιολόγησης
Έλενα	1.350	120 * Μέσος όρος βαθμών αξιολόγησης
Μαρία	950	250 * Μέσος όρος βαθμών αξιολόγησης
Μηνάς	1.250	125 * Μέσος όρος βαθμών αξιολόγησης
Γιάννης	1.620	100 * Μέσος όρος βαθμών αξιολόγησης

Εάν και οι πέντε εργαζόμενοι έλαβαν επιπλέον αμοιβή με τον βασικό μισθό τους, η απόλυτη τιμή της διαφοράς της μέσης τιμής από τη διάμεσο των δυνατών πιθανών αποδοχών των εργαζομένων με βάση τους ανώτερους δυνατούς βαθμούς αξιολόγησης που θα μπορούσαν να λάβουν τον συγκεκριμένο μήνα είναι:

A. 38,20 ευρώ

B. 41,30 ευρώ

Γ. 46,50 ευρώ

Δ. 50,30 ευρώ

ΛΥΣΗ

Σύμφωνα με τα δεδομένα του προβλήματος οι μέγιστοι δυνατοί μισθοί επιτυγχάνονται με βάση την καλύτερη δυνατή αξιολόγηση βάσει του παρακάτω πίνακα

	Π1	Π2	Π3	Π4	Π5
Κοσμάς	5	4	3	4	3
Έλενα	3	5	4	3	4
Μαρία	5	5	2	4	4
Μηνάς	5	3	5	4	4
Γιάννης	5	5	4	4	2

Συνεπώς, οι μισθοί των πέντε εργαζομένων διαμορφώνονται ως εξής:

Κοσμάς : $1.100 + 150(19/5) = 1.100 + 570 = 1.670$ Ευρώ

Έλενα : $1.350 + 120(19/5) = 1.350 + 456 = 1.806$ Ευρώ

Μαρία : $950 + 250(20/5) = 950 + 1.000 = 1.950$ Ευρώ

Μηνάς : $1.250 + 125(21/5) = 1.250 + 525 = 1.775$ Ευρώ

Γιάννης : $1.620 + 100(20/5) = 1620 + 400 = 2.020$ Ευρώ

Η μέση τιμή των παραπάνω μισθών είναι: 1.844,2 Ευρώ και η διάμεσος είναι : 1.806 Ευρώ. Η διαφορά τους είναι: 38,20 Ευρώ. Σωστή απάντηση η Α.

3. Ένας καθηγητής καταχωρεί στον Η/Υ του τη μέση βαθμολογία των μαθητών μιας τάξης του, ταξινομημένη σε 3 κατηγορίες 0 - 10, 11 – 15 και 16 – 20, με βάση το φύλο των μαθητών. Τα δεδομένα αποθηκεύτηκαν στον σκληρό δίσκο του Η/Υ, αλλά δυστυχώς μερικά από αυτά χάθηκαν λόγω ενός ιού. Ο παρακάτω πίνακας εμφανίζει τα δεδομένα τα οποία τελικά ανακτήθηκαν:

	0 - 10	11 - 15	16 - 20	Σύνολο
Αγόρια			10	
Κορίτσια				32
Σύνολο		30		

Ο καθηγητής κατάφερε τελικά να συμπληρώσει τον πίνακα, λαμβάνοντας υπόψη τα ακόλουθα:

1. Το 50% των μαθητών είχαν μέση βαθμολογία είτε μεταξύ 16 – 20 είτε μεταξύ 11 – 15.
2. Το 40% των μαθητών της τάξης ήταν κορίτσια.
3. Το ένα τρίτο των αγοριών της τάξης είχαν μέση βαθμολογία μεταξύ 0 – 10.

Εάν επιλέξουμε έναν μαθητή που η μέση βαθμολογία του είναι μεταξύ 11 – 15, η πιθανότητα να είναι αγόρι είναι:

- A. 27,50%
- B. 45,83%
- Γ. 69,67%
- Δ. 73,33%**

ΛΥΣΗ

Αφού το 40% των μαθητών ήταν κορίτσια, δηλαδή 32 μαθητές, ο συνολικός αριθμός μαθητών ήταν 80 και ο συνολικός αριθμός των αγοριών ήταν 48. Επειδή η μέση βαθμολογία του 50% των μαθητών ήταν είτε μεταξύ 16 – 20 είτε μεταξύ 11 – 15, τότε (αριθμός μαθητών μεταξύ 0 – 10) = (αριθμός μαθητών μεταξύ 11 - 15 + αριθμός μαθητών μεταξύ 16 -20) = 40. Άρα αριθμός μαθητών μεταξύ 16 - 20 = 40 – 30 = 10. Καθώς το 1/3 των αγοριών είχαν μέση βαθμολογία μεταξύ 0 - 10, ο συνολικός τους αριθμός ήταν 1/3 των 48 = 16. Συνεπώς, ο συνολικός αριθμός των αγοριών που είχαν μέση βαθμολογία μεταξύ 11 -15 ήταν (48 – 16 – 10) = 22.

Συνεπώς προκύπτει ο ακόλουθος πίνακας:

	0 - 10	11 - 15	16 - 20	Σύνολο
Αγόρια	16	22	10	48
Κορίτσια	24	8	0	32
Σύνολο	40	30	10	80

Άρα η ζητούμενη πιθανότητα είναι : $22/30 = 0,7333$ δηλ. 73,33%. Σωστή απάντηση η Δ.

4. Στις τελευταίες δύο αγωνιστικές ενός πρωταθλήματος ποδοσφαίρου μία ομάδα χρειάζεται 4 βαθμούς για να παραμείνει στην κατηγορία. Σε κάθε αγώνα η νίκη δίνει 3 βαθμούς, η ισοπαλία 1 βαθμό, η ήττα 0 βαθμούς και σε περίπτωση μηδενισμού αφαιρούνται 2 βαθμοί. Θεωρώντας ότι τα παραπάνω ενδεχόμενα είναι ισοπίθανα, η πιθανότητα να σωθεί η ομάδα είναι:

A. 18,75%

B. 37,5%

Γ. 50%

Δ. 62,5%

ΛΥΣΗ

Συμβολίζουμε με N τη νίκη, I την ισοπαλία, H την ήττα και M τον μηδενισμό.

Ο δειγματικός χώρος είναι:

$\Omega = \{NN, NI, NH, NM, IN, II, IH, IM, HN, HI, HH, HM, MN, MI, MH, MM\}$

Τα 16 ενδεχόμενα είναι ισοπίθανα με πιθανότητα $1/16$.

Παρακάτω δίνονται οι βαθμοί που μπορεί να πάρει στους δύο αγώνες η ομάδα

NN	NI	NH	NM
6	4	3	1

IN	II	IH	IM
4	2	1	-1

HN	HI	HH	HM
3	1	0	-2

MN	MI	MH	MM
1	-1	-2	-4

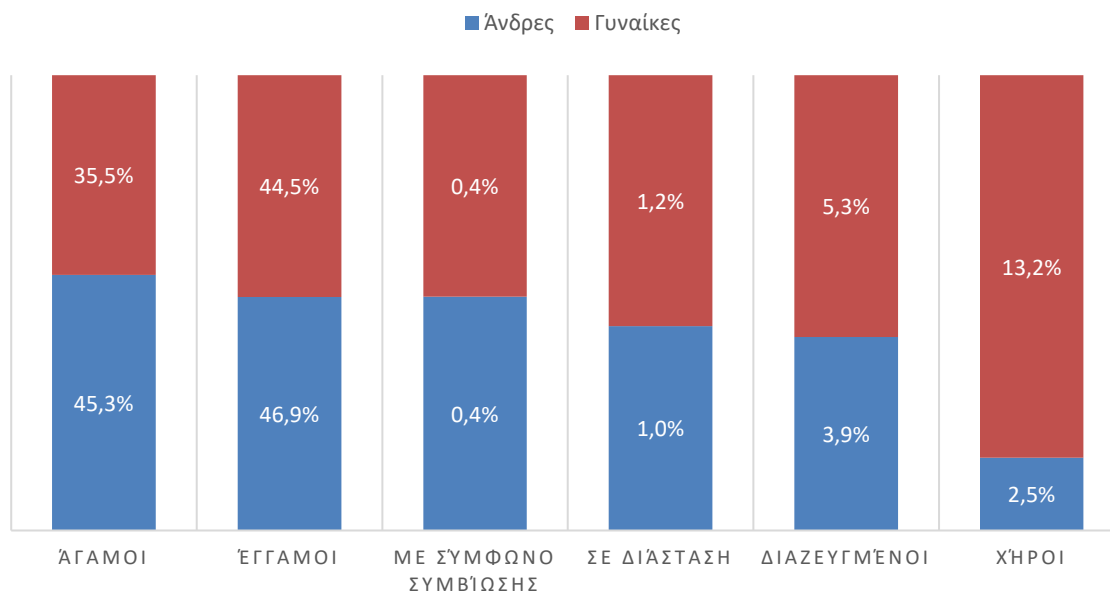
Και η συχνότητα των βαθμών

x_i	-4	-2	-1	0	1	2	3	4	6	
v_i	1	2	2	1	4	1	2	2	1	16

$$P(\Sigma) = P(4) + P(6) = \frac{2}{16} + \frac{1}{16} = \frac{3}{16} = 0,1875 \text{ ή } 18,75\%.$$

5. Στο παρακάτω γράφημα δίνεται η κατανομή του μόνιμου πληθυσμού της Ελλάδος με βάση την οικογενειακή κατάσταση, σύμφωνα με τα στοιχεία της Απογραφής Πληθυσμού-Κατοικιών 2021. Εάν, σύμφωνα με τα εν λόγω στοιχεία, η αναλογία άνδρες προς γυναίκες στο σύνολο του μόνιμου πληθυσμού ήταν περίπου 24:25, ο λόγος του αριθμού των χήρων ανδρών προς τον αριθμό των χήρων γυναικών στον ανωτέρω πληθυσμό ήταν:

ΜΟΝΙΜΟΣ ΠΛΗΘΥΣΜΟΣ ΚΑΤΑ ΟΙΚΟΓΕΝΕΙΑΚΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΑΠΟΓΡΑΦΗ ΠΛΗΘΥΣΜΟΥ-ΚΑΤΟΙΚΙΩΝ 2021



A. 0,707

B. 0,181

Γ. 1,011

Δ. 1,225

ΛΥΣΗ

Έστω x ο μόνιμος πληθυσμός της Χώρας, σύμφωνα με τα στοιχεία της Απογραφής Πληθυσμού-Κατοικιών 2021. Ο αριθμός των ανδρών ήταν $24x/49$ και ο αριθμός των γυναικών $25x/49$. Ο αριθμός των χήρων ανδρών ήταν $(24x/49)(0,025)$ και ο αριθμός των χήρων γυναικών $(25x/49)(0,132)$. Ο λόγος τους είναι $(24/25)(0,025/0,132) = 0,181$.

6. Ο παρακάτω ελλιπής συμπληρωμένος πίνακας εμφανίζει το ποσοστό των αγοριών τριών Γυμνασίων της Χώρας και το ποσοστό (%) των μαθητών των τριών τάξεων Α', Β' και Γ' Γυμνασίου που προτιμούν να παίζουν μπάσκετ. Τα τρία Γυμνάσια έχουν συνολικά 800 μαθητές, το 80% των οποίων είναι στην Γ' Γυμνασίου και οι υπόλοιποι μαθητές κατανέμονται ισόποσα στη Α' και Β' Γυμνασίου, αντίστοιχα.

	Ποσοστό αγοριών (%)	Ποσοστό μαθητών που προτιμούν να παίζουν μπάσκετ (%)
Α' Γυμνασίου	60	
Β' Γυμνασίου	55	50
Γ' Γυμνασίου		55
Σύνολο	47,5	53

Στην Α΄ Γυμνασίου, το 25% των μαθητών που προτιμούν να παίζουν μπάσκετ είναι αγόρια. Εάν επιλέξουμε τυχαία έναν μαθητή της τάξης, η πιθανότητα αυτός να είναι αγόρι που δεν προτιμά να παίζει μπάσκετ είναι:

A. 30%

B. 40%

Γ. 50%

Δ. 60%

ΛΥΣΗ

Σχηματίζουμε τον παρακάτω πίνακα με βάση τα δεδομένα του προβλήματος

	Αγόρια	Κορίτσια	Προτιμούν μπάσκετ	Δεν προτιμούν μπάσκετ	Σύνολο
A! Γυμνασίου	48	32	32	48	80
B! Γυμνασίου	44	36	40	40	80
Γ! Γυμνασίου	288	352	352	288	640
Σύνολο	380	420	424		800

Σύμφωνα με τον παραπάνω πίνακα τα αγόρια της Α! Γυμνασίου που προτιμούν το μπάσκετ είναι $(25\%) \cdot 32 = 8$. Άρα $48 - 8 = 40$ αγόρια που δεν προτιμούν το μπάσκετ. Η πιθανότητα επομένως είναι $: 40/80 = \frac{1}{2}$, δηλ. 50%

Σωστή απάντηση η Γ.

7. Ο παρακάτω πίνακας περιλαμβάνει στοιχεία σχετικά με τους εργαζόμενους διαφόρων τμημάτων μιας πολυεθνικής εταιρείας.

Τμήμα	Αριθμός Εργαζομένων	Μέση ηλικία εργαζομένων	Μέσος Βασικός μισθός (ευρώ)	Επιδόματα (% του βασικού μισθού)
Ανθρώπινου Δυναμικού	5	45	5.000	70
Πρώθησης Προϊόντων	30	35	6.000	80
Οικονομικής Διαχείρισης	20	30	6.500	60
Επιχειρηματικής Ανάπτυξης	35	42	7.500	75

Συντήρησης Κτιρίου	10	35	5.500	50
-----------------------	----	----	-------	----

Κάθε χρόνο ένας περιορισμένος αριθμός υπαλλήλων τελεί υπό καθεστώς μετάθεσης/προαγωγής σε όλα τα Τμήματα. Κάθε φορά που ένα άτομο μετατίθεται/προάγεται από ένα Τμήμα με μικρότερη μέση ηλικία εργαζομένων σε ένα Τμήμα με μεγαλύτερη μέση ηλικία εργαζομένων, λαμβάνει πρόσθετο επίδομα 10% επί του βασικού του μισθού πέραν του τρέχοντος επιδόματος. Δεν υπάρχει καμία αλλαγή στη δομή των αμοιβών εάν ένα άτομο μετατεθεί/προαχθεί από Τμήμα με μεγαλύτερη μέση ηλικία εργαζομένων σε Τμήμα με μικρότερη μέση ηλικία εργαζομένων.

Η ποσοστιαία (%) μεταβολή στον μέσο μικτό μισθό των εργαζομένων του Τμήματος Ανθρώπινου Δυναμικού λόγω μεταφοράς στο Τμήμα αυτό ενός ατόμου 40 ετών με βασικό μισθό 8000 ευρώ από το Τμήμα Προώθησης Προϊόντων είναι περίπου:

- A. 9,67%
- B. 13,13%**
- Γ. 15,33%
- Δ. 17,13%

ΛΥΣΗ

Βάσει του πίνακα ο μέσος μικτός μισθός ενός εργαζόμενου στο Τμήμα Ανθρώπινου Δυναμικού είναι : $5.000 * 1,7 = 8.500$ Ευρώ. Ο βασικός μισθός του μεταφερόμενου εργαζόμενου είναι 8.000. Επειδή το Τμήμα Προώθησης Προϊόντων έχει μεγαλύτερο μέσο όρο ηλικίας το νέο επίδομα του θα είναι $80\% + 10\% = 90\%$ επί του βασικού του μισθού. Άρα ο νέος μικτός του μισθός θα είναι : $8.000 * 1,9 = 15.200$ Ευρώ. Συνεπώς, ο νέος μέσος μισθός των εργαζομένων του Τμήματος Ανθρώπινου Δυναμικού θα είναι : $8.500 + (15.200 - 8.500) / 6 = 8.500 + 1.116$ Ευρώ. Άρα το ζητούμενο ποσοστό μεταβολής θα είναι : $(1.116 / 8.500) * 100\% = 13,13\%$. Σωστή απάντηση η Β.

8. Ένας μαθητής εξετάζεται σε τρία διαγωνίσματα. Το δεύτερο έχει διπλάσιες ερωτήσεις από το πρώτο και το τρίτο έχει τριπλάσιες ερωτήσεις από το πρώτο. Η πιθανότητα να απαντήσει σωστά σε μία ερώτηση του πρώτου διαγωνίσματος είναι 76%, η πιθανότητα να απαντήσει σωστά σε μία ερώτηση του δεύτερου διαγωνίσματος είναι 82%, και η πιθανότητα να απαντήσει σωστά σε μία ερώτηση του τρίτου διαγωνίσματος είναι 88%. Η πιθανότητα να απαντήσει σωστά σε μία ερώτηση από όλα τα διαγωνίσματα μαζί είναι:

- A. 76%
- B. 80%
- Γ. 84%**
- Δ. 88%

ΛΥΣΗ

Αν ο αριθμός των ερωτήσεων στο πρώτο διαγώνισμα είναι v , τότε ο αριθμός των ερωτήσεων στο δεύτερο και τρίτο διαγώνισμα είναι $2v$ και $3v$ αντίστοιχα.

Υποθέτουμε ότι ο αριθμός των σωστών απαντήσεων στα τρία διαγωνίσματα είναι α , β , γ αντίστοιχα. Ισχύουν τα εξής:

$$\frac{\alpha}{v} = \frac{76}{100} = 0,76 \Leftrightarrow \alpha = 0,76v$$

$$\frac{\beta}{2v} = \frac{82}{100} = 0,82 \Leftrightarrow \beta = 1,64v$$

$$\frac{\gamma}{3v} = \frac{88}{100} = 0,88 \Leftrightarrow \gamma = 2,64v$$

Η πιθανότητα να απαντήσει σωστά σε μια ερώτηση από όλα τα διαγωνίσματα μαζί είναι.

$$P = \frac{\alpha + \beta + \gamma}{v + 2v + 3v} = \frac{0,76v + 1,64v + 2,64v}{6v} = \frac{5,04}{6} = 0,84 \text{ ή } 84\%.$$

9. Το επόμενο ραβδόγραμμα σχετικών συχνοτήτων εμφανίζει τα ποσοστά των ανδρών και των γυναικών σε καθεμία από τις 13 Περιφέρειες της Χώρας, σύμφωνα με τα αποτελέσματα της Απογραφής Πληθυσμού-Κατοικιών 2021. Με βάση τα στοιχεία της Απογραφής, ο συνολικός πληθυσμός της Χώρας το έτος 2021 ήταν 10.482.486 κάτοικοι, εκ των οποίων 5.356.505 γυναίκες.

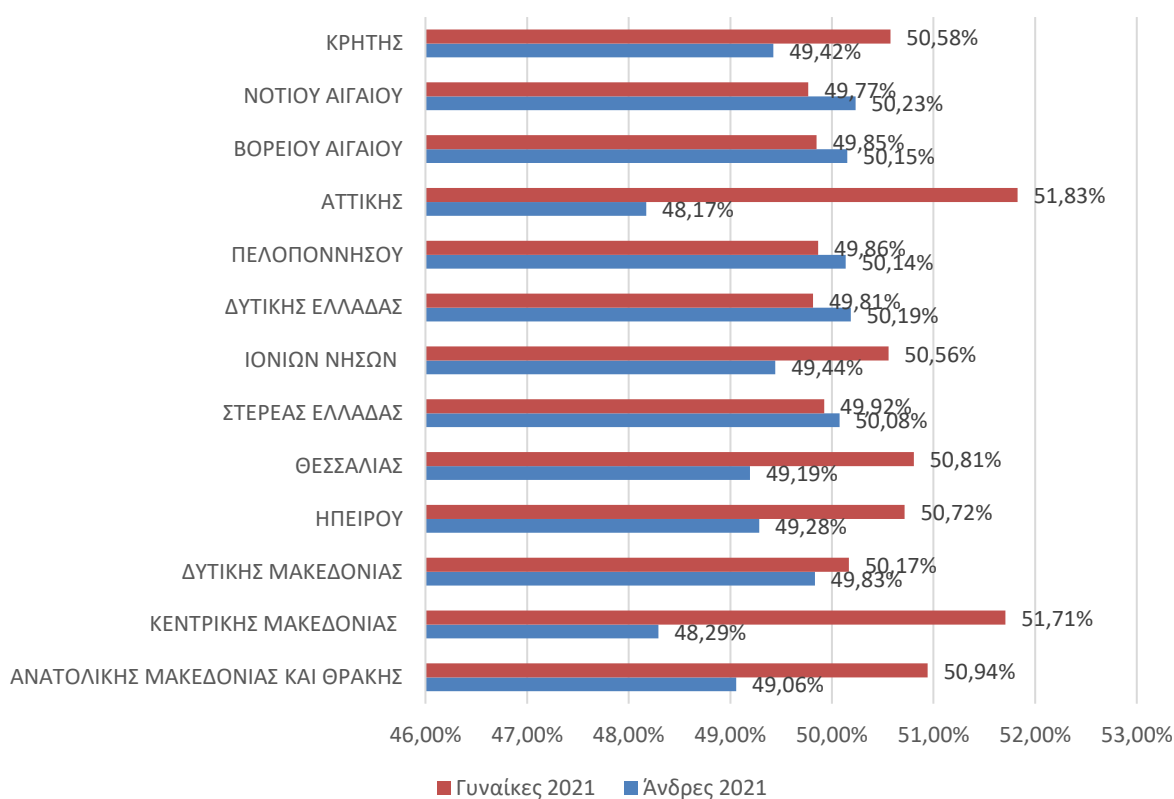
Ένας μελετητής κατέγραψε:

α) Την Περιφέρεια με το μεγαλύτερο ποσοστό γυναικών.

β) Την Περιφέρεια με το μεγαλύτερο ποσοστό ανδρών.

γ) Τις Περιφέρειες στις οποίες το ποσοστό των γυναικών ξεπέρασε το ποσοστό τους στο σύνολο Χώρας.

Απογραφή πληθυσμού 2021. Ποσοστά ανδρών - γυναικών ανά περιφέρεια



- A. α) Αττική β) Νότιο Αιγαίο γ) Κεντρική Μακεδονία – Αττική**
B. α) Νότιο Αιγαίο β) Αττική γ) Κεντρική Μακεδονία – Αττική
Γ. α) Κρήτη β) Βόρειο Αιγαίο γ) Δυτική Μακεδονία – Θεσσαλία
Δ. α) Ανατολική Μακεδονία, Θράκη β) Στερεά Ελλάδα γ) Ήπειρος – Θεσσαλία

ΛΥΣΗ

α) Μεγαλύτερο ποσοστό γυναικών στην Αττική (51,83%)

β) Μεγαλύτερο ποσοστό ανδρών στο Νότιο Αιγαίο (50,23%) και

β) Ποσοστό γυναικών στο συνολικό πληθυσμό: $5.356.505/10.482.486 = 51,1\%$

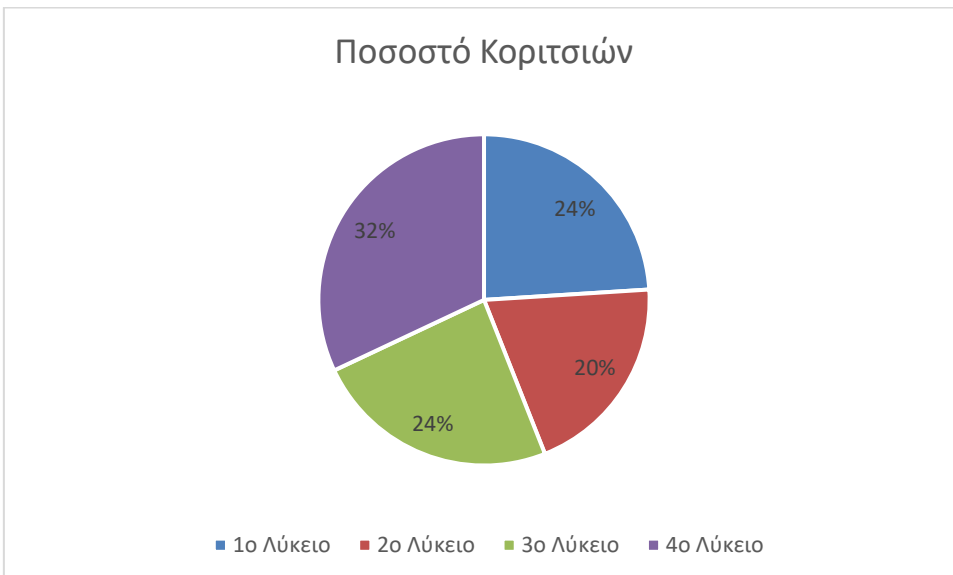
Στις περιφέρειες Κεντρικής Μακεδονίας (51,71%) και Αττικής (51,83%), το ποσοστό των γυναικών ξεπέρασε το ποσοστό τους στο σύνολο Χώρας.

10. Μία σχολική περιφέρεια έχει τέσσερα Λύκεια το 1^ο, το 2^ο, το 3^ο και το 4^ο. Στη σχολική περιφέρεια, το 55% των μαθητών είναι αγόρια και 1.635 μαθητές φοιτούν στο 1^ο Λύκειο.

Το ποσοστό των αγοριών των 4 Λυκείων παρουσιάζεται στο παρακάτω κυκλικό διάγραμμα.



Το ποσοστό των κοριτσιών των 4 Λυκείων παρουσιάζεται στο παρακάτω κυκλικό διάγραμμα.



Εάν επιλέξουμε έναν μαθητή στην τύχη, η πιθανότητα να φοιτά στο 1^ο ή στο 4^ο Λύκειο είναι:

- A. 20%
- B. 24%
- Γ. 34,2%
- Δ. 56%**

ΛΥΣΗ

Κατασκευάζουμε τον παρακάτω πίνακα

	1ο Λύκειο	2ο Λύκειο	3ο Λύκειο	4ο Λύκειο	
Αγόρι	20%	20%	24%	36%	100%
Κορίτσι	24%	20%	24%	32%	100%

Έστω ότι x είναι το σύνολο των αγοριών του 1^{ου} Λυκείου και y είναι το σύνολο των κοριτσιών του 1^{ου} Λυκείου.

Ισχύει

$$x + y = 1.635 \quad (1)$$

Έστω ότι α είναι το σύνολο των αγοριών των 4 Λυκείων και β είναι το σύνολο των κοριτσιών των 4 Λυκείων. Ισχύει:

$$\frac{\alpha}{\alpha+\beta} = \frac{55}{100} \Leftrightarrow 100\alpha = 55\alpha + 55\beta \Leftrightarrow 45\alpha = 55\beta \Leftrightarrow$$

$$9\alpha = 11\beta \quad (2)$$

Επίσης ισχύουν

$$x = 0,2\alpha$$

$$y = 0,24\beta$$

Η εξίσωση (1) γίνεται

$$0,2\alpha + 0,24\beta = 1.635 \Leftrightarrow 20\alpha + 24\beta = 163.500 \quad (3)$$

Λύνοντας το σύστημα των (2), (3) προκύπτει: $\alpha = 4.125$ και $\beta = 3.375$

Εύκολα κατασκευάζουμε τον παρακάτω πίνακα:

	1ο Λύκειο	2ο Λύκειο	3ο Λύκειο		4ο Λύκειο	Σύνολο
Αγόρι	825	825	990		1.485	4.125
Κορίτσι	810	675	810		1.080	3.375
Σύνολο	1.635	1.500	1.800		2.565	7.500

Θεωρούμε τα ενδεχόμενα

A: μαθητής που φοιτά στο 1^ο Λύκειο

B: μαθητής που φοιτά στο 4^ο Λύκειο

Αν επιλέξουμε ένα μαθητή στην τύχη,

$$\text{η πιθανότητα να φοιτά στο 1}^{\circ}\text{ Λύκειο είναι: } P(A) = \frac{1.635}{7.500} = 0,218$$

$$\text{η πιθανότητα να φοιτά στο 4}^{\circ}\text{ Λύκειο είναι: } P(B) = \frac{2.565}{7.500} = 0,342$$

Τα ενδεχόμενα A και B είναι ασυμβίβαστα ενδεχόμενα. Επομένως, η πιθανότητα ο μαθητής να φοιτά στο 1^ο ή στο 4^ο Λύκειο είναι:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0,218 + 0,342 = 0,56 \text{ ή } 56\%.$$

ΤΕΣΤ 2

1. Σύμφωνα με τα στοιχεία της ΕΛΣΤΑΤ, ποια ήταν η τιμή του Δείκτη ολικής γονιμότητας για τη Χώρα μας, το έτος 2021;

1,5

1,3

1,4

1,2

(Δημογραφικοί δείκτες / 2021) [Στατιστικές - ELSTAT \(statistics.gr\)](https://www.statistics.gr)

2. Σύμφωνα με τα στοιχεία της ΕΛΣΤΑΤ, ποιο ήταν το ποσοστό (%) των μερικώς απασχολούμενων στο σύνολο των απασχολούμενων, ηλικίας 15 ετών και άνω, στη Χώρα μας, το 4ο τρίμηνο του 2023;

8,4%

92,5%

7,5%

91,6%

[Στατιστικές - ELSTAT \(statistics.gr\)](https://statistics.gr) (πίν. 7)

3. Σύμφωνα με τα στοιχεία της ΕΛΣΤΑΤ, σε ποια περιοχή αλιείας της Χώρας είχαμε τη μικρότερη ποσότητα αλιευμάτων, το έτος 2021;

Κόλποι Θερμαϊκός και Χαλκιδικής

Ακτές νήσων Κεφαλληνίας, Ζακύνθου και Πατραϊκός κόλπος

Περιοχή νήσων Κυκλάδων

Παγασητικός κόλπος

Έρευνα θαλάσσιας αλιείας με μηχανοκίνητα σκάφη, 2021

[Στατιστικές - ELSTAT \(statistics.gr\)](https://statistics.gr)

(05. Ποσότητα αλιευμάτων κατά περιοχή αλιείας)

4. Σύμφωνα με τα στοιχεία της ΕΛΣΤΑΤ, ποιος ήταν ο συνολικός αριθμός κλινών κλειστής νοσηλείας των θεραπευτηρίων της Περιφέρειας Πελοποννήσου, το έτος 2021;

50

990

1.165

1.215

[Στατιστικές - ELSTAT \(statistics.gr\)](https://statistics.gr) (02. Θεραπευτήρια κατά νομική μορφή και περιφέρεια)

5. Σύμφωνα με τα στοιχεία της ΕΛΣΤΑΤ, ποιο ήταν το ποσοστό (%) των ανέργων σε κίνδυνο φτώχειας, μετά τις κοινωνικές μεταβιβάσεις, στο σύνολο του πληθυσμού ηλικίας 18 ετών και άνω, το έτος 2023;

48,2%

33,9%

61,1%

56,9%

[02. Εισόδημα και Συνθήκες Διαβίωσης των Νοικοκυριών \(SILC\) - Δείκτες \(2011 - 2023\)](https://statistics.gr) πιν.6

6. Σύμφωνα με τα στοιχεία της ΕΛΣΤΑΤ, πόσοι ήταν οι απασχολούμενοι -μόνιμο προσωπικό- σε μονάδες υδατοκαλλιεργειών σε θαλάσσια νερά στο σύνολο Χώρας, το έτος 2022;

3.074

4.008

3.597

44.631

<https://www.statistics.gr/el/statistics/-/publication/SPA06/> (Απασχολούμενοι κατά είδος εργασιακής σχέσης. Σύνολο Χώρας

7. Σύμφωνα με στοιχεία που δημοσιεύει η Eurostat, ποια χώρα της ΕΕ είχε το χαμηλότερο κατά κεφαλήν ΑΕΠ (σε τιμές αγοράς), το έτος 2020;

Ρουμανία

Πολωνία

Αλβανία

Βουλγαρία

[Statistics | Eurostat \(europa.eu\)](#) (0/03/2024 00:00)

8. Σύμφωνα με στοιχεία που δημοσιεύει η Eurostat, ποια χώρα της ΕΕ είχε τα λιγότερα επιβατικά οχήματα, το έτος 2022;

Λιχτενστάιν

Ισλανδία

Κύπρος

Μάλτα

[Statistics | Eurostat \(europa.eu\)](#) (Επιβατικά αυτοκίνητα ανά ηλικία)

Ηλεκτρονικός κωδικός δεδομένων:road_eqs_carage

DOI:10.2908/road_eqs_carag

https://ec.europa.eu/eurostat/databrowser/view/road_eqs_carage/default/table?lang=en&category=road.road_eqs

9. Σύμφωνα με στοιχεία που δημοσιεύει η Eurostat, ποια χώρα της ΕΕ είχε τους περισσότερους αιτούντες άσυλο, το έτος 2023;

Γερμανία

Γαλλία

Ιταλία

Ισπανία

[Statistics | Eurostat \(europa.eu\)](#) Online data code:tps00191

DOI:10.2908/tps00191

last update:27/03/2024 00:00

https://ec.europa.eu/eurostat/databrowser/view/tps00191/default/table?lang=en&category=t_migr.t_migr_asy

10. Σύμφωνα με στοιχεία που δημοσιεύει η Eurostat, πόση ήταν περίπου η μηνιαία κατανάλωση (σε χιλιάδες TJ) φυσικού αερίου στο σύνολο της ΕΕ27, κατά τον μήνα Μάιο του έτους 2024;

679

1.229

743

19

Energy – monthly data

https://ec.europa.eu/eurostat/databrowser/view/ei_isen_m/default/table?lang=en&category=eur_oind.ei_is

Υποσημείωση: Καθώς δύο μέρες πριν ολοκληρωθεί το πρώτο στάδιο του Διαγωνισμού, έγινε αναθεώρηση από τη Eurostat του Δείκτη Total consumption of natural gas, TJ (GCV) στο σύνολο της ΕΕ27, ανά μήνα, και δεν υπάρχει πλέον η σωστή απάντηση μέσα στις απαντήσεις που έχουν προταθεί για την **ερώτηση 10 του τεστ 2**, σας ενημερώνουμε ότι **οι απαντήσεις των μαθητών θεωρήθηκαν όλες σωστές.**

ΤΕΣΤ 3

1. Σύμφωνα με infographic της ΕΛΣΤΑΤ, ποιο ήταν το ποσοστό πρόσβασης των νοικοκυριών της Χώρας στο διαδίκτυο από την κατοικία τους, κατά το έτος 2023;

55,3%

77,8%

85,1%

86,9%

[infographic-information-technologies-2023 - ELSTAT \(statistics.gr\)](#)

2. Σύμφωνα με infographic της ΕΛΣΤΑΤ, πόσα ήταν τα οδικά τροχαία ατυχήματα στο σύνολο Χώρας, κατά το έτος 2022;

5.625

15.625

12.625

10.487

[infographic-road-accidents-2022 - ELSTAT \(statistics.gr\)](#)

3. Σύμφωνα με infographic της ΕΛΣΤΑΤ, πόσοι ήταν οι εγγεγραμμένοι μαθητές γυμνασίων στο σύνολο Χώρας, κατά το σχολικό έτος 2021/2022;

190.076

210.076

332.413

200.001

<https://www.statistics.gr/el/infographic-lower-secondary-education-schools-21>

4. Σύμφωνα με infographic της ΕΛΣΤΑΤ, προς/από ποιες χώρες της ΕΕ είχε η Ελλάδα, το έτος 2023, τις λιγότερες εξαγωγές και τις λιγότερες εισαγωγές, ως ποσοστό της συνολικής αξίας των εξαγωγών και της συνολικής αξίας των εισαγωγών, αντίστοιχα, της Χώρας μας;

Εξαγωγές Εισαγωγές

Κύπρος	Ιράκ
Ισπανία	Γαλλία
Ιταλία	Γερμανία
Βουλγαρία	Κίνα

[infographic-com-trans-2023 - ELSTAT \(statistics.gr\)](#)

5. Σύμφωνα με infographic της ΕΛΣΤΑΤ, πόσες ήταν οι κλίνες ανοικτής νοσηλείας των θεραπευτηρίων, στο σύνολο Χώρας, κατά το έτος 2022;

3.992

44.468

48.460

5.775

[infographic-therap-census-2022 - ELSTAT \(statistics.gr\)](#)

6. Σύμφωνα με infographic της ΕΛΣΤΑΤ, από/προς ποιες χώρες εκτός ΕΕ είχε η Ελλάδα, το έτος 2017, τις περισσότερες εισαγωγές και τις περισσότερες εξαγωγές, ως ποσοστό του συνόλου των εισαγωγών και του συνόλου των εξαγωγών, αντίστοιχα, της Χώρας μας;

Εισαγωγές Εξαγωγές

Γερμανία	Ιταλία
Ρωσία	Τουρκία
Ιταλία	Γερμανία
Ιράκ	Βουλγαρία

[infographic-commercial-transactions-2017 - ELSTAT \(statistics.gr\)](#)

7. Σύμφωνα με infographic της ΕΛΣΤΑΤ, σε ποια μεγάλη γεωγραφική περιοχή (NUTS 1) καταγράφηκαν οι περισσότερες αφίξεις αλλοδαπών σε καταλύματα σύντομης διαμονής, κατά το έτος 2022;

Αττική

Νησιά Αιγαίου-Κρήτη

Κεντρική Ελλάδα

Βόρεια Ελλάδα

[infographic-rooms-for-rent-2022 - ELSTAT \(statistics.gr\)](#)

8. Σύμφωνα με infographic της ΕΛΣΤΑΤ, πόση ήταν η παραγωγή πατάτας (σε χιλιάδες τόνους) στη Χώρα μας, κατά το έτος 2021;

124,2

352,0

831,1

355,2

[infographic-agricultural-survey-2020_2021 - ELSTAT \(statistics.gr\)](#)

9. Σύμφωνα με το ψηφιακό δημοσίευμα της Eurostat "Digitalisation in Europe", έκδοσης 2024, ποιο ήταν το ποσοστό των μεγάλων επιχειρήσεων στην Ελλάδα που πραγματοποίησαν ηλεκτρονικές πωλήσεις, κατά το έτος 2023;

20,0

32,6

19,8

45,3

[Digitalisation in Europe – 2024 edition - Eurostat \(europa.eu\) \(e-commerce\)](#)

10. Σύμφωνα με το ψηφιακό δημοσίευμα της Eurostat "Digitalisation in Europe", έκδοσης 2024, ποια χώρα της ΕΕ είχε το μεγαλύτερο ποσοστό (%) ειδικών σε θέματα Τεχνολογιών Πληροφόρησης και Επικοινωνιών (ΤΠΕ) επί του συνόλου των απασχολουμένων, κατά το έτος 2023;

Λουξεμβούργο

Σουηδία

Βέλγιο

Ελλάδα

[Digitalisation in Europe – 2024 edition - Eurostat \(europa.eu\) \(digital skills\)](#)