2^{ος} Πανελλήνιος Διαγωνισμός στη Στατιστική (2019)

Θέματα 1^{ου} τεστ (ασκήσεις και λύσεις)

Κατηγορία: Γυμνάσια

Εκδοχή 1

Άσκηση 1.

Ο παραπάνω πίνακας μας παρουσιάζει τον μόνιμο πληθυσμό της χώρας κατά φύλο και Περιφέρεια σύμφωνα με τα στοιχεία της Ελληνικής Στατιστικής Αρχής.

Μόνιμος Πληθυσμός κατά φύλο και Περιφέρεια

Περιγραφή	Σύνολα			Ποσοστά επί συνόλου Περιφέρειας	
	Σύνολο	Άρρενες	Θήλεις	Άρρενες	Θήλεις
ΣΥΝΟΛΟ ΧΩΡΑΣ	**10.816.286**	**5.303.223**	**5.513.063**	**49,0**	**51,0**
ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑ ΑΝΑΤΟΛΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΑΚΗΣ	608.182	299.643	308.539	49,3	50,7
ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑ ΚΕΝΤΡΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ	1.882.108	912.693	969.415	48,5	51,5
ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑ ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ	283.689	141.779	141.910	50,0	50,0
ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑ ΗΠΕΙΡΟΥ	336.856	165.775	171.081	49,2	50,8
ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ	732.762	362.194	370.568	49,4	50,6
ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑ ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΑΣ	547.390	277.475	269.915	50,7	49,3
ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑ ΙΟΝΙΩΝ ΝΗΣΩΝ	207.855	102.400	105.455	49,3	50,7
ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑ ΔΥΤΙΚΗΣ ΕΛΛΑΔΑΣ	679.796	339.310	340.486	49,9	50,1
ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑ ΠΕΛΟΠΟΝΝΗΣΟΥ	577.903	291.777	286.126	50,5	49,5
ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑ ΑΤΤΙΚΗΣ	3.828.434	1.845.663	1.982.771	48,2	51,8
ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑ ΒΟΡΕΙΟΥ ΑΙΓΑΙΟΥ	199.231	99.984	99.247	50,2	49,8
ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑ ΝΟΤΙΟΥ ΑΙΓΑΙΟΥ	309.015	155.865	153.150	50,4	49,6
ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑ ΚΡΗΤΗΣ	623.065	308.665	314.400	49,5	50,5

Για μια ετήσια έρευνα αποφασίζουμε να επιλέξουμε δείγμα μεγέθους 3,5% του συνολικού πληθυσμού της Χώρας, το οποίο αρχικά θα μοιραστεί αναλογικά με βάση το φύλο στο σύνολο της Χώρας και, στη συνέχεια και πάλι αναλογικά, με βάση τους πληθυσμούς των γυναικών των Περιφερειών της χώρας. Το μέγεθος του δείγματος των γυναικών από την Περιφέρεια Πελοποννήσου θα είναι:

Α. 11.452 γυναίκες

Β. 9.563 γυναίκες

Γ. 9.851 γυναίκες

Δ. 10.014 γυναίκες

ΛΥΣΗ

Σύμφωνα με τον πίνακα θα έχουμε:

$\frac{3,5}{100}(10.816.286) = 378.570$ άτομα του δείγματος. Οι γυναίκες του δείγματος θα είναι:

$\frac{5.513.063}{10.816.286}(378.570) = 192.958.$

Στην Περιφέρεια Πελοποννήσου θα πρέπει να πάρουμε $\frac{286.126}{5.513.063}(192.958) = 10.014$ γυναίκες.

ΑΣΚΗΣΗ 2.

Ο παραπάνω πίνακας μας παρουσιάζει τις ετήσιες % μεταβολές του συνολικού ετησίου κύκλου εργασιών πέντε επιχειρήσεων της χώρας κατά την διετία 2016-2018.

Επιχείρηση	Ετήσια % μεταβολή από 2016-2017	Ετήσια % μεταβολή από 2017-2018
Α	15	-20
Β	-9	8
Γ	-12	5
Δ	4	-30
Ε	16	-8

Με βάση τον παραπάνω πίνακα, η εταιρία Γ στο τέλος του 2018 είχε συνολικό ετήσιο κύκλο εργασιών ίσο με:

Α. Το 88,9% του συνολικού ετήσιου κύκλου εργασιών στο τέλος του 2016
Β. Το 92,4% του συνολικού ετήσιου κύκλου εργασιών στο τέλος του 2016
Γ. Το 90,5% του συνολικού ετήσιου κύκλου εργασιών στο τέλος του 2016
Δ. Το 93% του συνολικού ετήσιου κύκλου εργασιών στο τέλος του 2016

Λύση

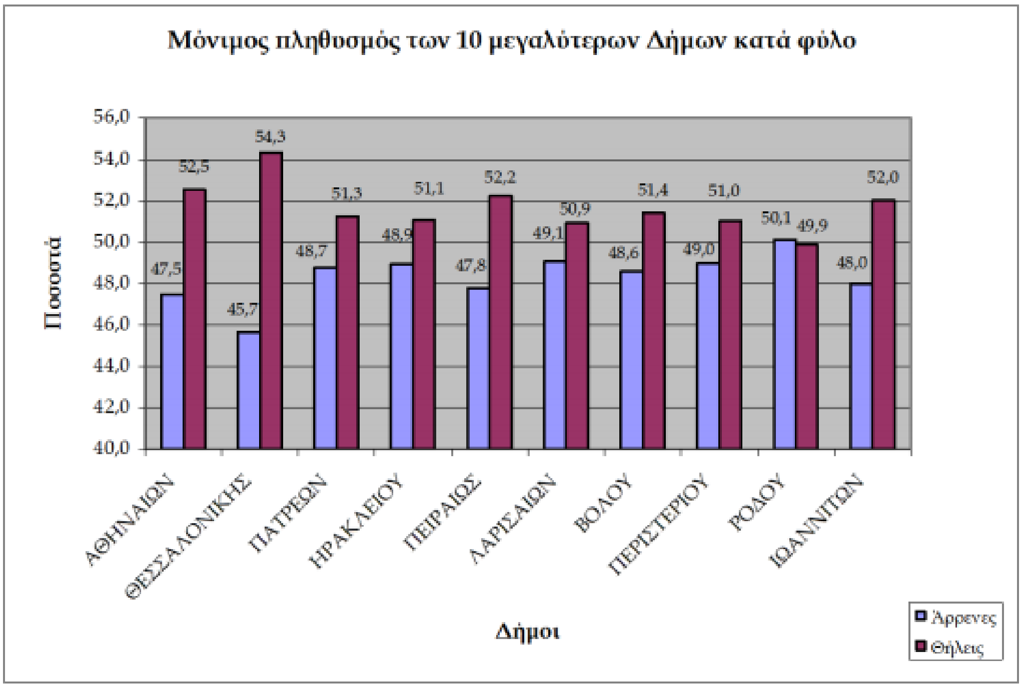
Έστω x: ο συνολικός ετήσιος κύκλος εργασιών της εταιρίας Γ στο τέλος του 2016.
Τότε: $2016 - 2017 => \mathrm{x} - 0.12 \cdot \mathrm{x} = 0.88 \cdot \mathrm{x}$ και

$2017 - 2018 => 0.88 \cdot \mathrm{x} + 0.05(0.88 \cdot \mathrm{x}) = 0.924 \cdot \mathrm{x}$

Άρα, 92.4% του συνολικού κύκλου εργασιών στο τέλος του 2016.

ΑΣΚΗΣΗ 3.

Το παρακάτω ραβδόγραμμα μας παρουσιάζει τον ποσοστιαίο μόνιμο πληθυσμό των δέκα μεγαλύτερων Δήμων της χώρας κατά φύλο, σύμφωνα με τα στοιχεία της Ελληνικής Στατιστικής Αρχής.



Η μέση τιμή των ποσοστών του πληθυσμού των γυναικών των δέκα παραπάνω Δήμων της χώρας, είναι περίπου:

Α. 1,51 φορές τη διάμεσο των ποσοστών του πληθυσμού των ανδρών των ίδιων δήμων
Β. 1,62 φορές τη διάμεσο των ποσοστών του πληθυσμού των ανδρών των ίδιων δήμων
Γ. 2,16 φορές τη διάμεσο των ποσοστών του πληθυσμού των ανδρών των ίδιων δήμων
Δ. 1,06 φορές τη διάμεσο των ποσοστών του πληθυσμού των ανδρών των ίδιων δήμων

ΛΥΣΗ

Η μέση τιμή των ποσοστών των γυναικών είναι:

$$\overline{x_\Gamma} = \frac{52{,}5 + 54{,}3 + 51{,}3 + 51{,}1 + 52{,}2 + \cdots + 52}{10} = 51{,}66$$

Θέτουμε τα ποσοστά των ανδρών σε αύξουσα σειρά και έχουμε:

45,7 , 47,5 , 47,8 , 48 , 48,6 , 48,7 , 48,9 , 49 , 49,1 , 50,1

Η διάμεσος θα είναι η μέση τιμή της $5^{ης}$ και $6^{ης}$ παρατήρησης, δηλαδή η δ_A = 48,65 .

Άρα, $\frac{\overline{x_\Gamma}}{\delta_A} = \frac{51{,}66}{48{,}65} = 1.06 \Rightarrow \overline{x_\Gamma} = 1{,}06\ \delta_A$

ΑΣΚΗΣΗ 4.

Ένας κτηνίατρος κατέγραψε το βάρος ενός ζώου που γεννήθηκε ένα ημερολογιακό έτος πριν δημιουργώντας τον παρακάτω πίνακα.

Μήνες	**0**	**2**	**4**	**7**	**8**	**11**	**12**
Βάρος (kgr)	2	4.5	5.7	9.3	14.4	20.1	24.2

Χρησιμοποιώντας το κατάλληλο στατιστικό διάγραμμα (χρονόγραμμα) παρατηρούμε ότι το βάρος του ζώου ήταν 7.5 κιλά (kgr) σε ηλικία περίπου:

Α. 4.5 μηνών
Β. 6 μηνών
Γ. 5,5 μηνών
Δ. 6,3 μηνών

Λύση

Σε ορθογώνιο σύστημα αξόνων x-y τοποθετούμε τα σημεία και δημιουργούμε την γραφική παράσταση του βάρους (y) ως συνάρτηση του χρόνου σε μήνες (x). Από την γραφική παράσταση παρατηρούμε ότι για την τιμή του y=7.5 kgr αντιστοιχεί σε τιμή x=5.5 μήνες.

ΑΣΚΗΣΗ 5.

Ο παρακάτω πίνακας παρουσιάζει τα ετήσια έξοδα ενός νοικοκυριού ανά κατηγορία για ένα συγκεκριμένο έτος.

Κατηγορία εξόδων	**Ποσό σε Ευρώ**
Φόροι	x
Ηλεκτρικό	1000
Θέρμανση	x/4
Κινητή τηλεφωνία	500

Εάν η γωνία του κυκλικού διαγράμματος που αντιστοιχεί στα ετήσια συνολικά έξοδα για θέρμανση του νοικοκυριού ήταν 60^0 , τότε το συνολικό ποσό σε Ευρώ που ξόδεψε η οικογένεια για την καταβολή των φόρων της ήταν:

Α. 6.000 Ευρώ
Β. 5.800 Ευρώ
Γ. 4.900 Ευρώ
Δ. 5.200 Ευρώ

Λύση

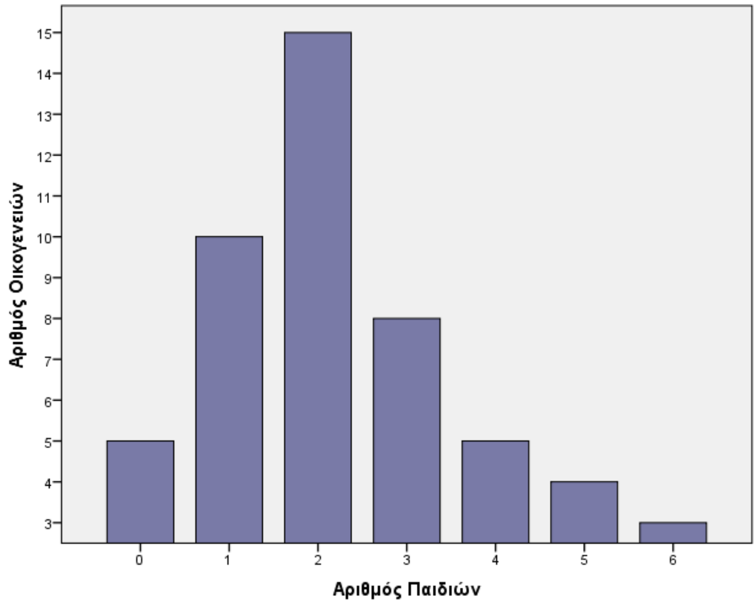
Σύμφωνα με τα δεδομένα του πίνακα θα έχουμε:

$$\frac{\frac{\chi}{4}}{\chi + 1000 + \frac{\chi}{4} + 500} . 360^0 = 60^0 => \frac{\frac{\chi}{4}}{\frac{5\chi}{4} + 1500} = \frac{1}{6} => \frac{6\chi}{4} - \frac{5\chi}{4} + 1500 =>$$

$\frac{\chi}{4} = 1500 \;=> \chi = 6000$ Ευρώ

<u>ΑΣΚΗΣΗ 6.</u>

Το παρακάτω ραβδόγραμμα απεικονίζει τις απαντήσεις ενός δείγματος οικογενειών σχετικά με τον αριθμό των παιδιών τους.



Το ποσοστό των οικογενειών που έχουν τουλάχιστον τρία παιδιά, αλλά λιγότερα από πέντε, είναι:

Α. 26%
Β. 34%
Γ. 40%
Δ. 42%

<u>Λύση</u>

Από τα δεδομένα της γραφικής παράστασης, παρατηρούμε ότι έχουμε δείγμα 50 οικογενειών. Από αυτές, τουλάχιστον τρία, αλλά λιγότερα από πέντε παιδιά έχουν οι οικογένειες που έχουν 3 ή 4 παιδιά, δηλαδή 8+5=13 οικογένειες που αντιστοιχούν σε ποσοστό 13/50=0,26 δηλαδή 26%.

<u>ΑΣΚΗΣΗ 7.</u>

Το ύψος δέκα αθλητών μιας ομάδας μπάσκετ στον παρακάτω πίνακα είναι (σε cm):

175 171 169 185 191 201 205 168 192 189

Επειδή ο προπονητής της ομάδας πιστεύει ότι το μέσο ύψος των παικτών του είναι χαμηλό, υπογράφει συμβόλαιο με έναν ακόμη παίκτη ύψους 199 cm. Η απόφαση του προπονητή ήταν:

Α. Σωστή, γιατί το μέσο ύψος των παικτών της ομάδας αυξήθηκε 2 cm
Β. Λάθος, γιατί το μέσο ύψος των παικτών της ομάδας παρέμεινε αμετάβλητο.
Γ. Σωστή, γιατί το μέσο ύψος των παικτών της ομάδας αυξήθηκε 1,3 cm
Δ. Λάθος, γιατί το μέσο ύψος των παικτών της ομάδας ελαττώθηκε 1,8 cm.

Λύση

Το μέσο ύψος των 10 αθλητών είναι $\overline{x}_n = \frac{1846}{10} = 184{,}6$. Με τον ερχομό του νέου αθλητή, το μέσο ύψος γίνεται:

$$\overline{x}_n = \frac{1846+199}{11} = 185{,}9$$

Άρα, η απόφαση του προπονητή ήταν σωστή, γιατί το μέσο ύψος της ομάδας αυξήθηκε κατά 185,9 – 184,6 = 1,3 cm.

ΑΣΚΗΣΗ 8.

Οι παρακάτω αριθμοί παρουσιάζουν το αποτέλεσμα της ρίψης ενός κανονικού ζαριού.

1	3	2	4	4
4	5	4	4	1
6	3	5	6	6
2	5	1	3	3

Από τον παραπάνω πίνακα επιλέγεται στη τύχη ένας αριθμός. Η πιθανότητα να επιλεγεί ο αριθμός 4 είναι:

Α. 0,20
Β. 0,25
Γ. 0,33
Δ. 0,67

Λύση

Από τον παραπάνω πίνακα, παρατηρούμε ότι το ζάρι ρίχθηκε 20 φορές, ενώ ο αριθμός 4 εμφανίστηκε 5 φορές κατά την ρίψη του. Άρα, η πιθανότητα εμφάνισης του αριθμού 4 είναι $\frac{5}{20} = \frac{1}{4} = 0.25$

ΑΣΚΗΣΗ 9.

Ένα καλάθι περιέχει πέντε αριθμημένες ίδιες μπάλες που φέρνουν την ένδειξη 1, 2, 3, 4, και 5. Τραβούμε μία μπάλα, καταγράφουμε την ένδειξη της και την επανατοποθετούμε στο καλάθι. Εκτελούμε το πείραμα πενήντα φορές. Ο παρακάτω πίνακας συνοψίζει τα αποτελέσματα του πειράματός μας.

Ένδειξη μπάλας	1	2	3	4	5
Φορές εμφάνισης	x	11	ψ	8	9

Εάν η μέση τιμή των παρατηρήσεων είναι 2,7, η διάμεσος είναι:

Α. 2
Β. 3.5
Γ. 3
Δ. 4

Λύση

Από τον πίνακα έχουμε: x + 11 + y + 8 + 9 =50 $=>$ x + y = 22 (1)

Επίσης, $\frac{x(1)+11(2)+y(3)+8(4)+9(5)}{50}$ = 2, 7 $=>$ x + 3y = 36 (2)

Λύνοντας το σύστημα των (1) + (2) έχουμε:

Χ =15 και y = 7.

Συνεπώς, έχουμε τον ακόλουθο πίνακα:

Ένδειξη μπάλας	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Φορές εμφάνισης	**15**	**11**	**7**	**8**	**9**

Η διάμεσος θα είναι η μέση τιμή της $25^{ης}$ και $26^{ης}$ παρατήρησης, δηλαδή δ = $\frac{2+2}{2} = 2$

ΑΣΚΗΣΗ 10.

Ρίχνουμε ένα κανονικό ζάρι δύο φορές και στη συνέχεια οι ενδείξεις των δύο ρίψεων πολλαπλασιάζονται. Έστω, x: το αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού. Εάν, η πιθανότητα του αποτελέσματος του πολλαπλασιασμού p(x) = 1/12 , η τιμή του x ήταν:

Α. 18
Β. 6
Γ. 12
Δ. 4

ΛΥΣΗ

Δημιουργούμε τον παρακάτω πίνακα:

$1^η$ ΡΙΨΗ / $2^η$ ΡΙΨΗ	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	1=1*1	2=1*2	3=1*3	4=1*4	5=1*5	6=1*6
2	2=2*1	4=2*2	6=2*3	8=2*4	10=2*5	12=2*6
3	3=3*1	6=3*2	9=3*3	12=3*4	15=3*5	18=3*6
4	4=4*1	8=4*2	12=4*3	16=4*4	20=4*5	24=4*6
5	5=5*1	10=5*2	15=5*3	20=5*4	25=5*5	30=5*6
6	6=6*1	12=6*2	18=6*3	24=6*4	30=6*5	36=6*6

Ο δειγματικός χώρος του πειράματος αποτελείται από (6)*(6)=36 απλά ενδεχόμενα.

Εάν x εκείνο το ενδεχόμενο το οποίο έχει πιθανότητα εμφάνισης p(x)=1/12 και εμφανίζεται στον παραπάνω πίνακα y φορές, τότε έχουμε p(x)=y/36.

Οπότε 1/12=y/36=> y=3.

Ελέγχοντας τον παραπάνω πίνακα, το ενδεχόμενο 4 εμφανίζεται ακριβώς 3 φορές.

Οπότε, σωστή απάντηση είναι η Δ.

Εκδοχή 3

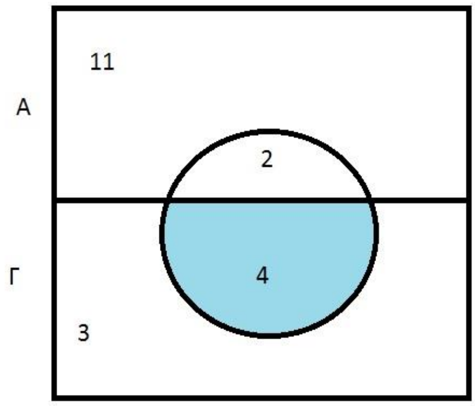
ΑΣΚΗΣΗ 1.
Σε ένα γραφείο εργάζονται είκοσι άτομα. Μία έρευνα έδωσε τα αποτελέσματα που φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

	Άνδρας	**Γυναίκα**
Φορά γυαλιά	2	4
Δεν φορά γυαλιά	11	3

Εάν επιλέξουμε ένα άτομο τυχαία από το γραφείο αυτό, η πιθανότητα να είναι γυναίκα ή κάποιος που φορά γυαλιά είναι:

Α. 0,50
Β. 0,35
Γ. 0,55
Δ. 0,45

ΛΥΣΗ
Δημιουργούμε το παρακάτω διάγραμμα:



Σύμφωνα με το διάγραμμα, η πιθανότητα να επιλεγεί γυναίκα είναι $\frac{7}{20}$, ενώ η πιθανότητα κάποιος να φορά γυαλιά είναι $\frac{6}{20}$. Η γραμμοσκιασμένη όμως επιφάνεια του κύκλου έχει επιλεγεί δύο φορές, συνεπώς θα πρέπει να αφαιρεθεί μια φορά. Άρα, η ζητούμενη πιθανότητα είναι:

$$\frac{7}{20}+\frac{6}{20}-\frac{4}{20}=\frac{9}{20}=0{,}45$$

ΑΣΚΗΣΗ 2.

Ένα μη κανονικό ζάρι είναι έτσι κατασκευασμένο ώστε όταν ρίχνεται η πιθανότητα της ένδειξης να είναι αντιστρόφως ανάλογη της ένδειξης. Όταν ρίξουμε ένα τέτοιο ζάρι, η πιθανότητα η ένδειξή μας να είναι ο αριθμός δύο είναι περίπου:

Α. 0,204
Β. 0.358
Γ. 0,408
Δ. 0,167

ΛΥΣΗ

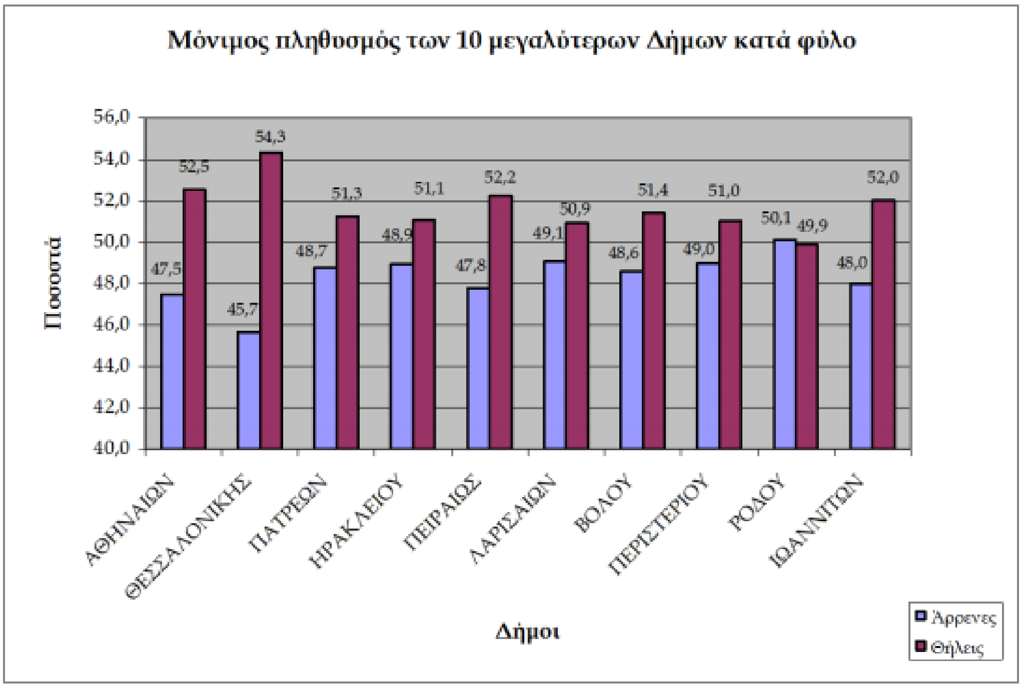
Έστω Χ, η ένδειξη του ζαριού. Θα πρέπει p_x= c $\Rightarrow$ p(x) = c/x , X= 1,2,3,4,5,6 .
Ισχύει όμως ότι, p(1)+p(2)+p(3)+p(4)+p(5)+p(6) =1.

Άρα, $\frac{c}{1}+\frac{c}{2}+\frac{c}{3}+\frac{c}{4}+\frac{c}{5}+\frac{c}{6}=1 \Rightarrow 147c = 60 \Rightarrow c = 0{,}408$.

Συνεπώς, εάν Χ=2 θα έχουμε p(2)=0,408/2 = 0,204.

ΑΣΚΗΣΗ 3.

Το παρακάτω ραβδόγραμμα μας παρουσιάζει τον ποσοστιαίο μόνιμο πληθυσμό των δέκα μεγαλύτερων Δήμων της Χώρας κατά φύλο, σύμφωνα με τα στοιχεία της Ελληνικής Στατιστικής Αρχής.



Σύμφωνα με τα δεδομένα αυτά, σε κάθε έναν άντρα κάτοικο του Δήμου Θεσσαλονίκης αντιστοιχούν:

Α. 0,84 γυναίκες
Β. 1,85 γυναίκες
Γ. 1,19 γυναίκες
Δ.1,46 γυναίκες

Λύση
Παρατηρώντας προσεκτικά το παραπάνω διάγραμμα βλέπουμε ότι:
1 : $\frac{54.3}{45.7}$ = 1 : 1,19.

Συνεπώς, σε κάθε άνδρα κάτοικο του Δήμου Θεσσαλονίκης αντιστοιχούν 1,19 γυναίκες.

ΑΣΚΗΣΗ 4.
Θεωρούμε το σύνολο των θετικών ακεραίων Α = {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9}. Επιλέγουμε με επανατοποθέτηση εξήντα αριθμούς. Ο παρακάτω πίνακας παρουσιάζει τα αποτελέσματα του πειράματος μας.

Ακέραιος	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Σχετική συχνότητα %	6,67	8,33	x	13,33	16,67	13,33	y	8,33	6,67	6,67

Εάν γνωρίζουμε ότι:

I. Το 36,67% των ακεραίων που επιλέχθηκαν είχαν τιμή τουλάχιστον έξι.
II. Το 48,33% των ακεραίων που επιλέχθηκαν είχαν τιμή τουλάχιστον δύο, αλλά μικρότερη του έξι, τότε η διάμεσος των παραπάνω αριθμών που επιλέχθηκαν είναι:

Α. 4,5
Β. 3,5
Γ. 3
Δ. 4

ΛΥΣΗ

Σύμφωνα με τον πίνακα το άθροισμα: $f_6\% + f_7\% + f_8\% + f_9\% = 36{,}67\% \Rightarrow$

Y+8,33+6,67+6,67=36,67 ⇒ Y=15.

Ομοίως: $f_2\% + f_3\% + f_4\% + f_5\% = 48{,}33\% \Rightarrow$ X+13,33+16,67+13,33=48,33 ⇒ X=5
Δημιουργούμε τον πίνακα:

Ακέραιος	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
f_i%	**6,67**	**6,33**	**5**	**13,33**	**16,67**	**13,33**	**15**	**8,33**	**6,67**	**6,67**
F_i%	**6,67**	**15**	**20**	**33,33**	**50**	**63,33**	**78,33**	**86,66**	**93,33**	**100**

Συνεπώς, η διάμεσος θα είναι (4 + 5)/2 = 4,5.

ΑΣΚΗΣΗ 5.

Σε μια τάξη τριάντα μαθητών το μέσο ύψος των δώδεκα αγοριών είναι 1,75 μέτρα ενώ το μέσο ύψος των δεκαοκτώ κοριτσιών είναι 1,68 μέτρα. Στην τάξη αυτή έρχονται τρία ακόμη αγόρια με αποτέλεσμα το μέσο ύψος των μαθητών της τάξης να αυξηθεί 22 χιλιοστά. Το νέο μέσο ύψος των αγοριών της τάξης είναι:

Α. 1,78 μέτρα
Β. 1,81 μέτρα
Γ. 1,79 μέτρα
Δ. 1,80 μέτρα

ΛΥΣΗ

Το μέσο ύψος όλων των μαθητών της τάξης θα είναι: [12(1,75)+18(1,68)]/30 = 1,708 μέτρα. Μετά την έλευση των τριών αγοριών, το μέσο ύψος όλων των μαθητών της τάξης έγινε 1,708 + 0,022 = 1,73 μέτρα.

Έστω x : το μέσο ύψος των αγοριών της τάξης. Θα πρέπει [15x + 18(1,68)]/33 = 1,73 => x = 1,79 μέτρα.

ΑΣΚΗΣΗ 6.

Ένα κουτί περιέχει 5 κίτρινες, x πράσινες και y γαλάζιες μπάλες. Παίρνουμε τυχαία μια μπάλα από το κουτί. Η πιθανότητα να πάρουμε πράσινη ή γαλάζια μπάλα είναι 3/4, ενώ η πιθανότητα να πάρουμε κίτρινη ή γαλάζια είναι 3/5. Η πιθανότητα να πάρουμε κίτρινη ή πράσινη μπάλα είναι:

Α. 0,55
Β. 0,65
Γ. 0,45
Δ. 0,60

ΛΥΣΗ

Το κουτί περιέχει συνολικά $5 + x + y$ μπάλες. Η πιθανότητα να πάρουμε πράσινη ή γαλάζια μπάλα είναι:

$$\frac{x + y}{5 + x + y}$$

Ομοίως, η πιθανότητα να πάρουμε κίτρινη ή γαλάζια είναι:

$$\frac{5 + y}{5 + x + y}$$

Δημιουργούμε το σύστημα:

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{x+y}{5+x+y}=\dfrac{3}{4}\\ \dfrac{5+y}{5+x+y}=\dfrac{3}{5}\end{array}\right\} \Leftrightarrow \begin{array}{l} x=8\\ y=7\end{array}$$

Συνεπώς, στο κουτί έχουμε 5 κίτρινες, 8 πράσινες και 7 γαλάζιες μπάλες.

Η πιθανότητα να επιλέξουμε κίτρινη ή πράσινη μπάλα θα είναι:

$$\frac{5+8}{20}=\frac{13}{20}=0{,}65$$

ΑΣΚΗΣΗ 7.

Έστω Ω = {0,1,2,3,……80} ο δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης που αποτελείται από ισοπίθανα ενδεχόμενα. Επιλέγουμε τυχαία ένα απλό ενδεχόμενο λ από το Ω. Η πιθανότητα η εξίσωση $2x^2 – 4x + λ = 0$ να μην έχει πραγματικές λύσεις είναι:

Α. 0,912

Β. 0,945

Γ. 0,963

Δ. 0,974

ΛΥΣΗ

Για να μην έχει η εξίσωση πραγματικές ρίζες θα πρέπει η Διακρίνουσα Δ < 0. Άρα, $\beta^2-4\alpha\gamma<0 \Rightarrow (-4)^2-4(2)(\lambda)<0 \Rightarrow 16-8\lambda<0 \Rightarrow \lambda>2$

Ο δειγματικός χώρος Ω αποτελείται από 81 στοιχεία.

Έστω, Α= $\{3\,,4\,,5,\ldots,80\}$ αποτελείται από 78 στοιχεία.

Άρα, η ζητούμενη πιθανότητα θα είναι $\frac{78}{81}$ = 0,963.

ΑΣΚΗΣΗ 8.

Ο παρακάτω πίνακας μας παρουσιάζει τις απαντήσεις ενός δείγματος οικογενειών σχετικά με τον αριθμό των παιδιών τους.

Αριθμός παιδιών οικογένειας	**Αριθμός οικογενειών**
0	x+4
1	5x +8
2	4x
3	x-1
4	2x

Εάν το 50% των παραπάνω οικογενειών έχουν τουλάχιστον δύο παιδιά, η μέση τιμή του αριθμού των παιδιών του δείγματος είναι:

Α. 1,92
Β. 1,89
Γ. 1,68
Δ. 1,76

Λύση
Σύμφωνα με τα δεδομένα του πίνακα: $\frac{4x+x-1+2x}{x+4+5x+8+4x+x-1+2x} = 0{,}5 => \frac{7x-1}{13x+11}$ = 0,5 => x = 13.
Συνεπώς, δημιουργούμε τον ακόλουθο πίνακα:

Αριθμός παιδιών οικογένειας (χ_i)	**Συχνότητα (ν_i)**	**$\chi_i \nu_i$**
0	**17**	**0**
1	**73**	**73**
2	**52**	**104**
3	**12**	**36**
4	**26**	**104**
Σύνολο	**180**	**317**

Επομένως, η μέση τιμή θα είναι $\frac{317}{180}$ = 1,76

ΑΣΚΗΣΗ 9.
Μια μικρή επιχείρηση απασχολεί πέντε εργαζόμενους που αμείβονται σύμφωνα με το παρακάτω πλάνο:

α 1,5α 1,8α 0,6α 0,9α

Ο διευθυντής της επιχείρησης αποφασίζει να αυξήσει 20% τους μισθούς όλων των εργαζομένων, έτσι ώστε ο νέος μέσος όρος των μισθών των εργαζομένων να είναι 1.392 Ευρώ. Σύμφωνα με το παραπάνω πλάνο, ο μισθός του τρίτου κατά σειρά υπαλλήλου της λίστας αυξήθηκε κατά:

Α. 255 Ευρώ
Β. 310 Ευρώ
Γ. 420 Ευρώ
Δ. 360 Ευρώ

Λύση
Έστω χ ο μισθός του κάθε υπαλλήλου πριν την αύξηση. Αύξηση 20% σημαίνει ότι, ο νέος μισθός θα είναι $\chi + \frac{20}{100}\chi = \chi + 0{,}2\chi = 1{,}2\chi$. Συνεπώς, οι νέοι μισθοί θα είναι:

$1{,}2\alpha$, $1{,}8\alpha$, 2.16α , 0.72α , 1.08α .

Η μέση τιμή θα είναι: $\frac{1{,}2\alpha+1{,}8\alpha+\ 2.16\alpha+\ 0.72\alpha+\ 1.08\alpha}{5}$ = 1392€ => α = 1000€ .

Συνεπώς, ο μισθός του τρίτου υπαλλήλου αυξήθηκε κατά 360 Ευρώ.

ΑΣΚΗΣΗ 10.

Ρωτήσαμε τους μαθητές μιας τάξης να μας πουν πόσα αδέρφια έχουν. Ο παρακάτω πίνακας μας παρουσιάζει τον αριθμό των παιδιών που έχουν οι οικογένειες των μαθητών της τάξης.

Αριθμός παιδιών οικογένειας	0	1	2	3	4	5
Αριθμός οικογενειών	3	11	8	5	2	1

Εάν επιλέξουμε τυχαία ένα μαθητή, η πιθανότητα να έχει τουλάχιστον δύο αδέρφια είναι:

Α. 47,67%
Β. 26,67%
Γ. 53,33%
Δ. 33,67%

Λύση

Δεδομένου ότι ο μαθητής που επιλέγεται έχει τουλάχιστον δύο αδέρφια, οι οικογένειες που ζητούμε θα έχουν τουλάχιστον τρία παιδιά, δηλ. 5+2+1=8 οικογένειες. Το σύνολο των οικογενειών του δείγματος θα είναι: 3+11+8+5+2+1 = 30 οικογένειες.

Συνεπώς, η ζητούμενη πιθανότητα θα είναι: $\frac{8}{30} = 0{,}2667$ δηλ: 26,67%.