1ος Πανελλήνιος Διαγωνισμός στη Στατιστική (2018)

Θέματα 1ου τεστ (ασκήσεις και λύσεις)

Κατηγορία: Γενικά και Επαγγελματικά Λύκεια

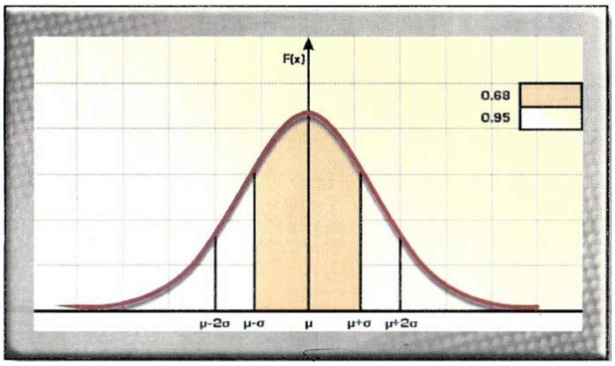
Εκδοχή 1

ΑΣΚΗΣΗ 1.

Σε μια Κανονική Κατανομή, η μέση τιμή και η διάμεσος:

A. Η μέση τιμή είναι μικρότερη από τη διάμεσο
B. Η μέση τιμή είναι μεγαλύτερη από τη διάμεσο
C. Η μέση τιμή είναι άλλοτε μεγαλύτερη και άλλοτε μικρότερη από τη διάμεσο
D. Παίρνουν τις ίδιες τιμές ✅

Λύση:



ΑΣΚΗΣΗ 2.

Τα έξι τελευταία χρόνια η διάμεσος των βαθμολογιών της Κατερίνας στα μαθηματικά ήταν 15. Αν είχε αυξήσει τη μεγαλύτερη βαθμολογία της κατά 3 μονάδες, ποια θα ήταν η τιμή της διαμέσου;

A. Χρειαζόμαστε περισσότερες πληροφορίες για να υπολογίσουμε τη διάμεσο
B. 15,5
C. 19
D. 15 ✅

Λύση:

Αν «K_6» είναι η μεγαλύτερη βαθμολογία της Κατερίνας, τότε εάν ταξινομήσουμε κατά αύξουσα σειρά τις βαθμολογίες των 6 τελευταίων ετών, έχουμε:

$K_1, K_2, K_3, K_4, K_5, K_6$, η διάμεσος υπολογίζεται: (K3+K4)/2

Εάν αυξήσουμε τη βαθμολογία του έκτου χρόνου κατά 3 μονάδες, τότε έχουμε:

$K_1, K_2, K_3, K_4, K_5, K_6+3$, η διάμεσος υπολογίζεται: (K3+K4)/2

Άρα θα παραμείνει η ίδια εφόσον δεν επηρεάζεται από τις ακραίες τιμές.

ΑΣΚΗΣΗ 3.

Όταν μελετάμε μια αθροιστική καμπύλη συχνοτήτων μπορούμε να υπολογίσουμε:

A. ○ Τη διάμεσο
B. ○ Το πρώτο τεταρτημόριο και τρίτο τεταρτημόριο
C. ○ Το ενδοτεταρτημοριακό εύρος
D. ◉ Όλα τα παραπάνω ✓

Λύση

Η αθροιστική καμπύλη συχνοτήτων χρησιμεύει για να παρουσιάσουμε δεδομένα από συνεχείς μεταβλητές. Η διάμεσος, το πρώτο και τρίτο τεταρτημόριο και το ενδοτεταρτημοριακό εύρος χρησιμεύουν για την περιγραφή δεδομένων από συνεχείς μεταβλητές. Άρα, και οι τρεις δείκτες είναι κατάλληλοι.

ΑΣΚΗΣΗ 4.

Ένας ακέραιος αριθμός x προστέθηκε σε όλες τις αρχικές τιμές των παρατηρήσεων, έτσι ώστε ο συντελεστής μεταβλητότητας (CV) να μειωθεί κατά 20%, ενώ ένας άλλος ακέραιος αριθμός y, επίσης, προστέθηκε στις αρχικές παρατηρήσεις και ο CV μειώθηκε κατά 40%. Ο λόγος των y/x θα είναι περίπου:

A. ○ Το x είναι ίσο με 2y
B. ○ Το x είναι διπλάσιο του y
C. ◉ Το y είναι μεγαλύτερο του 2x ✓
D. ○ Το y είναι μικρότερος του 2x

Λύση

CV_x= 80%CV =>

CV_x =0.8CV =>

$\frac{s}{\bar{x}_x} = 0{,}8\,\frac{s}{\bar{x}}$

$\frac{s}{\bar{x}_x} = 0{,}8\,\frac{s}{\bar{x}}$

$\bar{x}_x$ *0,8 = $\bar{x}$

$(\bar{x} + x)$*0,8 = $\bar{x}$

$\bar{x} * 0{,}8 + x * 0{,}8 = \bar{x}$

$\bar{x}$ - $\bar{x} * 0{,}8 = x * 0{,}8$

$\bar{x}$ * 0,2 = $x * 0{,}8$ (1)

CV_y= 60%CV =>

CV_y =0.6CV =>

$\frac{s}{\bar{x}_y} = 0{,}6\,\frac{s}{\bar{x}}$

$\frac{s}{\bar{x}_y} = 0{,}6\,\frac{s}{\bar{x}}$

$\bar{x}_y$ *0,6 = $\bar{x}$

$(\bar{x} + y)$*0,6 = $\bar{x}$

$\bar{x} * 0{,}8 + y * 0{,}6 = \bar{x}$

$\bar{x}$ - $\bar{x} * 0{,}6 = y * 0{,}6$

$\bar{x}$ * 0,4 = $y * 0{,}6$ (2)

(2)/(1) => $\frac{y*0{,}6}{x*0{,}8} = \frac{\bar{x} * 0{,}4}{\bar{x} * 0{,}2}$ =>

$\frac{y}{x} = \frac{\bar{x} * 0{,}4}{\bar{x} * 0{,}2} * \frac{0{,}8}{0{,}6}$ => $\frac{y}{x} = \frac{\cancel{\bar{x}} * 0{,}4}{\cancel{\bar{x}} * 0{,}2} * \frac{0{,}8}{0{,}6}$ => $\frac{y}{x}$ = 2*$\frac{0{,}8}{0{,}6}$ => $\frac{y}{x}$ =2*1,3=2,6 => y=2,6*x.

Άρα y>2x

<u>ΑΣΚΗΣΗ 5.</u>

Το παρακάτω ιστόγραμμα αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων, επί τοις εκατό, παρουσιάζει την κατανομή 40 παρατηρήσεων σχετικά με την ταχύτητα του ποδηλάτου, από ένα πείραμα που έκαναν μαθητές της Β' Λυκείου. Δυστυχώς, οι μαθητές ξέχασαν να περάσουν στον Η/Υ την κλάση 12-18 m/s. Εάν η διάμεσος των παρατηρήσεων είναι 16, η μέση τιμή τους είναι:

A. 16,4

B. 15,5

C. 15,9

D. Δεν έχουμε επαρκείς πληροφορίες για να την υπολογίσουμε

Λύση

κλάσεις	F_i %	$v_i = f_i*40$	x_i (η μεσαία παρατήρηση)	$v_i * x_i$
[0-6)	10	4	3	**12**
[6-12)	30	8	9	**72**
[12-18)	**X = 60**	K = 12	15	**K*15 = 12*15 = 180**
[18-24)	85	N = 10	21	**N*21 = 10*21 = 210**
[24-30]	100	6	27	**162**
Σύνολο		40		

y= $\frac{x-30}{100} * 40$

b = $\frac{85-x}{100} * 40$

A(12, 30)

B(18, x)

M(16,50), όπου 16 είναι η διάμεσος,

$\frac{y_M - y_A}{X_M - X_A} = \frac{y_B - y_M}{X_B - X_M}$

$\frac{50 - 30}{16 - 12} = \frac{X - 50}{18 - 16}$

$\frac{20}{4} = \frac{X - 50}{2}$

40 = 4X -200

40+200 =4X

X =$\frac{240}{4} = 60$

Άρα:

K= $\frac{x-30}{100} * 40$= $\frac{60-30}{100} * 40$ = $\frac{120}{100} = 12$

N = $\frac{85-x}{100} * 40$ = $\frac{85-60}{100} * 40$ = $\frac{1000}{100} = 10$

$\text{Μέση Τιμή} = \frac{12+72+180+210+162}{40} = \frac{636}{40} = 15.9$

ΑΣΚΗΣΗ 6.

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζεται ο αριθμός των καπνιστών και των μη καπνιστών στους οποίους μετρήθηκε ο όγκος του εκπνεόμενου μονοξειδίου του άνθρακα (eCO), ταξινομώντας τους σε δύο ομάδες: σε εκείνους όπου η τιμή του eCO ήταν μεγαλύτερη από 10 (και κατά συνέπεια, ταξινομούνται ως καπνιστές) και εκείνοι όπου τιμή του eCO ήταν μικρότερη ή ίση με 10 (ώστε να ταξινομούνται ως μη καπνιστές. Τι πιθανότητα έχει ένα τυχαία επιλεγμένο άτομο να ταξινομηθεί σωστά με βάση το εκπνεόμενο eCO;

Όγκος εκπνεόμενου eCO			Σύνολο
	<=10	>10	
Καπνιστές	50	100	150
Μη Καπνιστές	198	22	220
Σύνολο	248	122	370

A. ○ 100/150+198/220
B. ○ 100/150
C. ◉ 298/370 ✅
D. ○ 198/220

Λύση

$$P(eCO) = \frac{\sigma\omega\sigma\tau\acute{\alpha}\ \tau o\pi o\theta\varepsilon\tau\eta\mu\acute{\varepsilon}\nu o\iota}{\Sigma\acute{\upsilon}\nu o\lambda o\ \kappa\alpha\pi\nu\iota\sigma\tau\acute{\omega}\nu} = \frac{198+100}{370} = \frac{298}{370}$$

ΑΣΚΗΣΗ 7.

Ένα εργοστάσιο ηλεκτρικών ειδών παραλαμβάνει εξαρτήματα από τρεις προμηθευτές που τους ορίζουμε ως Α, Β και Γ. Σύμφωνα με τον ποιοτικό έλεγχο που πραγματοποιούνται από το εργοστάσιο κατά την παραλαβή κάθε αποστολής, είναι γνωστό ότι το 10% των εξαρτημάτων του Α δεν πληρούν τις απαιτούμενες προϋποθέσεις, ενώ για τους Β και Γ αυτά τα ποσοστά είναι 5% και 8%, αντίστοιχα. Δεδομένης αυτής της εμπειρίας, η πολιτική του εργοστασίου ορίζει ότι το 20% των παραγγελιών πρέπει να προέρχεται το από τον Α, το 50% από τον Β και το 30% από τον Γ. Μετά την παραλαβή και την επιθεώρηση των φορτίων, όλα τα παραληφθέντα εξαρτήματα συγκεντρώνονται και αποθηκεύονται. Ποια είναι η πιθανότητα ένα τυχαία επιλεγμένο εξάρτημα από τα αποθηκευμένα που δεν πληροί τις προδιαγραφές να προέρχεται από τον προμηθευτή Α;

A. ○ 0,02

B. 0,07

C. 0,10

D. 0,29 ✅

Λύση

ΑΔ είναι το ενδεχόμενο το επιλεγμένο εξάρτημα να είναι ελαττωματικό,

τότε από τον πολλαπλασιαστικό νόμο των πιθανοτήτων έχουμε:

$$P(A\Delta) = P(A) \cdot P(A\Delta|A) + P(B) \cdot P(A\Delta|B) + P(\Gamma) \cdot P(A\Delta|\Gamma)$$

$$= 0,2 \cdot 0,1 + 0,5 \cdot 0,05 + 0,3 \cdot 0,08 = 0,02+0,025+0,024 = 0,069$$

$$P(A/A\Delta) = \frac{P(A \cap A\Delta)}{P(A\Delta)} = \frac{P(A\Delta/A)\, xP(A)}{P(A\Delta} = \frac{0,1\ x\ 0,2}{0,069} = 0,29$$

ΑΣΚΗΣΗ 8.

Μια εταιρεία έχει ως μόνο έργο την κατασκευή πλαστικών σάκων. Εάν το βάρος κάθε σάκου ακολουθεί κανονική κατανομή με διάμεσο 200 γραμμάρια και τυπική απόκλιση 5 γραμμάρια, η πιθανότητα ένας σάκος να ζυγίζει μεταξύ 190 και 200 γραμμάρια είναι:

A. 0,2033

B. 0,4772 ✅

C. 29,81%

D. Κανένα από τα παραπάνω

Λύση

Στην κανονική κατανομή η διάμεσος είναι ίση με τη μέση τιμή και άρα δ=μ=200

σ= 5

$$Z_{190} = \frac{X-\mu}{\sigma} = \frac{190-200}{5} = \frac{-10}{5} = -2$$

$$Z_{200} = \frac{X-\mu}{\sigma} = \frac{200-200}{5} = \frac{0}{5} = 0$$

Από τον πίνακα Τυπικής Κανονικής Κατανομής, έχουμε:

Π(-2<Z<0) = 0.9772 – 0,5 = 0,4772

ΑΣΚΗΣΗ 9.

Μετά την πρώτη ψηφοφορία, η κριτική επιτροπή που θα απονείμει ένα βραβείο κατέληξε στο ακόλουθο συμπέρασμα: η πιθανότητα να κερδίσει ο διαγωνιζόμενος Α είναι διπλάσια της πιθανότητας να κερδίσει ο διαγωνιζόμενος Β και η πιθανότητα να κερδίσει ο διαγωνιζόμενος Γ είναι μιάμιση φορά η πιθανότητα να κερδίσει ο διαγωνιζόμενος Β. Οι πιθανότητες κάθε διαγωνιζόμενου να νικήσει είναι:

A. P(Νίκη Α)=1/6 P(Νίκη Β)= 2/6 P(Νίκη Γ)=3/6
B. P(Νίκη Α)=4/9, P(Νίκη Β)= 2/9, P(Νίκη Γ)=3/9 ✔
C. P(Νίκη Α)=10/16 P(Νίκη Β)= 5/16 P(Νίκη Γ)=1/16
D. Κανένα από τα παραπάνω

Λύση

P(A) =2P(B) (1)

P(Γ)=1,5P(B) (2)

P(A)+P(B)+P(Γ)=1

Χρησιμοποιώντας την (1) και (2) η (3) γίνεται:

2P(B) +P(B) + 1,5P(B) = 1

4,5P(B) = 1

P(B) = $\frac{1}{4,5} = \frac{10}{45} = \frac{2}{9}$

(1) =>P(A) = 2*$\frac{2}{9}$ =$\frac{4}{9}$

(2) => P(Γ) = 1,5*$\frac{2}{9}$= $\frac{3}{9}$

ΑΣΚΗΣΗ 10.

Σημειώστε την πρόταση που ΔΕΝ είναι σωστή:

A. Η Επαγωγική Στατιστική επιτρέπει την εξαγωγή συμπερασμάτων για ένα σύνολο δεδομένων από τα στοιχεία ενός δείγματος
B. Ονομάζουμε τυποποιημένη κανονική κατανομή την κανονική κατανομή με μέση τιμή 1 και διακύμανση 0. ✔
C. Το διάστημα εμπιστοσύνης (ΔΕ) για έναν διάμεσο κανονικής κατανομής έχει το μεσαίο του σημείο στη διάμεσο του δείγματος.

○ Το διάστημα εμπιστοσύνης 95% για τον μέσο μιας κανονικής κατανομής είναι πιο περιορισμένο από το διάστημα εμπιστοσύνης 99%.

Λύση

Αν η τυχαία μεταβλητή Χ έχει μέσο μ και διακύμανση $σ^2$, $Z = \frac{X-μ}{σ}$ τότε η τυχαία μεταβλητή αποτελεί την τυποποιημένη μορφή της Χ και έχει μέσο ίσο με 0 και διακύμανση ίση με 1.

Αν η τυχαία μεταβλητή $X \sim N(μ,σ^2)$, τότε η τυχαία μεταβλητή $Z \sim N(0,1)$.